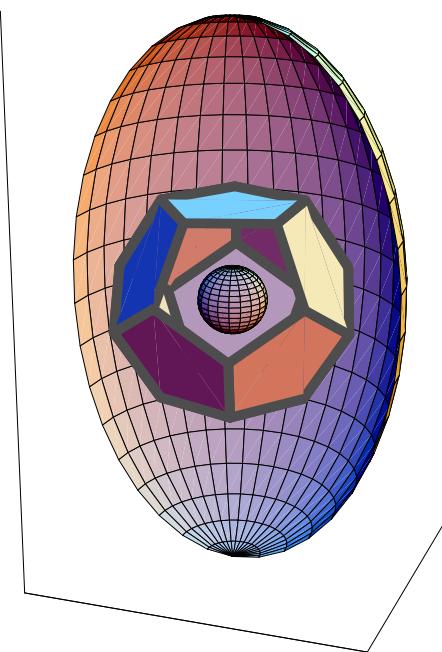


- ◊ Aufgabenauswahl 2 ◊ Exercices 2 ◊
- ◊ Tests Algebra und Geometrie ◊
- ◊ Tests en algèbre et géométrie ◊
- ◊ Diplom ◊ Diplôme ◊



von • de

Rolf Wirz

Ingenieurschule Biel — HTA-Biel/BFH — HTI/BFH bis • jusqu'à 2005

Ausgabe vom 13. Juli 2007, Version 1.0.0 / d/f

Mit klickbaren Links • *Avec des lignes cliquables*

Produziert mit PCTeX unter Win XP. Einige Graphiken sind auch mit *Mathematica* entstanden.

- *Produit avec PCTeX sous Win XP. Quelques représentations ont été produites avec Mathematica.*

Der Mensch hat dreierlei Wege, um zu lernen:
 Erstens durch Nachdenken, das ist der edelste;
 zweitens durch Nachahmen, das ist der leichteste;
 drittens durch Erfahrung, das ist der bitterste.

(Nach Konfuzius)

• *L'homme a trois occasions pour apprendre:
 Premièrement par réflexion, c'est la plus noble;
 deuxièmement par l'imitation, c'est la plus facile;
 troisièmement par l'expérience, c'est la plus dure.*

(Selon Confucius)

Aktuelle Adresse des Autors (2007):

Rolf W. Wirz-Depierre
 Prof. für Math.
 Berner Fachhochschule (BFH), Dep. AHB und TI
 Pestalozzistrasse 20
 Büro B112 CH-3400 Burgdorf/BE
 Tel. ++41 (0)34 426 42 30 / intern 230
 Mail: Siehe <http://rowicus.ch/Wir/indexTotalF.html> unter „Koordinaten von R.W.“
 (Alt: Ingenieurschule Biel (HTL), Ing'schule des Kt. Bern, Fachhochschule ab 1997) // BFH HTA Biel // BFH HT/

©2007

Die Urheberrechte für das verwendete graphische Material gehören dem Autor.

Inhaltsverzeichnis • Table des matières

0.1	Einführung — Introduction	3
0.1.1	Gegenstand — Sujet	3
0.1.2	Gliederung — Gliederung	4
1	Algebra Elektrotechnik — Algèbre électrotechnique	5
1.1	Inhalt — Les matières	5
1.2	Prep-Test AlgGeo — Prep examen AlgGéo — E1 99 I / 1	6
1.3	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 99 I / 1	7
1.4	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 01/02 I / 1	9
1.5	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — Type E1 02/03 I / 1	10
1.6	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 99/00 I / 2	11
1.7	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 01/02 I / 2	12
1.8	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 02/03 I / 2	13
1.9	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 99/00 II / 3	14
1.10	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 01/02 II / 3	15
1.11	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 02/03 II / 3	16
1.12	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 01/02 II / 4	17
1.13	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — E1 02/03 II / 4	18
1.14	Links zu Lösungen — Lines pour solutions	19
2	Algebra Mikrotechnik — Algèbre microtechnique	21
2.1	Inhalt — Les matières	21
2.2	Test in Algebra — Examen en AlgGéo — F1 99/00 1	22
2.3	Test in Algebra — Examen en AlgGéo — F1 99/00 2	23
2.4	Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — F 99/00 3	24
2.5	Links zu Lösungen — Lines pour solutions	25
3	Algebra Informatik — Algèbre informatique	27
4	Math. 1 B-Arch. — Math. 1 B-arch.	29
4.1	Inhalt — Les matières	29
4.2	Selbsteinschätzung — Architektur — Mathematik — A...03	30
4.3	Erläuterung Evaluationstest für die Studierenden	32
4.4	Selbsteinschätzung Lösungen — Architektur — Math. — A...03	33
4.5	Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 99/00 1	35

4.6 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 00/01 1a	37
4.7 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 00/01 1b	38
4.8 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 1	39
4.9 Test in Algebra — Examen en algèbre — A-B-1 02/03 1	41
4.10 Test in Algebra — Version dt. — A-B-1 03/04 1b	42
4.11 Test in Algebra — Version dt. — A-B-1 03/04 1a	43
4.12 Test in Algebra — Teil 1 — A-B-1 04/05 1	44
4.13 Test in Algebra — Teil 1 — A-B-1 04/05 1a	46
4.14 Test in Algebra — Teil 1 — A-B-1 04/05 1b	49
4.15 Test in Algebra — Teil 1 — A-B-1 04/05 1c	52
4.16 Test in Algebra — Teil 1 — A-B-1 04/05 1d	54
4.17 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 99/002 2	56
4.18 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 00/01 2	57
4.19 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 2	58
4.20 Test in Algebra — Examen en AlgGéo — A-B-1 02/03 2	60
4.21 Test in Algebra — Teil1 — A-B-1 03/04 2b	61
4.22 Test in Algebra — Teil1 — A-B-1 03/04 2b	62
4.23 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 99/00 3	63
4.24 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 00/01 3	65
4.25 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 3	66
4.26 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 02/03 3	68
4.27 Kurztest in Algebra — Körper im Raum — A-B-1 02/03 3a	69
4.28 Test in Algebra — Teil 3 — A-B-1 03/04 3a	70
4.29 Kurztest in Algebra — Körper im Raum — A-B-1 03/04 3b	71
4.30 Kurztest in Algebra — Teil 3 — A-B-1 03/04 3c	72
4.31 Kurztest in Algebra — Teil 3 — A-B-1 03/04 3d	73
4.32 Test in Anal.+Alg. — Examen en Anal.+Alg. — A-B-2 03/04 3	74
4.33 Test in Algebra — Teil 3 — A-B-1 04/05 3	75
4.34 Pre-Test in AlgGeo — Pre-examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 4	76
4.35 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 4	77
4.36 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 01/02 4a	78
4.37 Test in AlgGeo — Examen en AlgGéo — A-B-1 02/03 4	79
4.38 Links zu Lösungen — Lines pour solutions	80

0.1 Einführung — Introduction

0.1.1 Gegenstand — Sujet

In dieser Sammlung ist eine Auswahl von Aufgaben zusammengefasst, welche in den letzten Jahren vor dem Wechsel vom Diplomstudium zum Bachelor–Studium verwendet worden sind.

- *Dans cette collection, un choix de problèmes est rassemblé. Il s’agit de problèmes qui ont été utilisés dans les dernières années avant le changement des études du diplôme au bachelor.*

Klickbare Links zu Skripten: • *Liens cliquables pour les cours:*

<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/Scripts.html> (Skript–Download) • *Download cours*

Die Lösungen zu den Aufgaben sind mit *Mathematica* produziert worden. Aus Kapazitätsgründen ist jeweils nur der Quellencode abgespeichert, aus dem man mit Hilfe von *Mathematica* den Output sofort wieder produzieren kann. In den vielen Jahren, in denen der Autor dieses Verfahren anwendet, ist so eine riesige Sammlung von Aufgabenlösungen entstanden, siehe z.B. unter dem Link:

- *Les solutions aux problèmes ont été produites avec Mathematica. Pour raisons de capacité, seulement le code de source est mis à disposition. A l'aide de ce code on peut produire tout de suite le „output“ à l'aide de Mathematica. Pendant les nombreuses années durant lesquelles l'auteur a utilisé cette méthode, une grande collection de solutions de devoirs est née, voir par exemple sous le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>.

Die Lösungen sind nach dem Schema der in Tabellenform abgespeicherten Übungen und Tests anbeordnet, siehe unter dem Link:

- *Les solutions sont mises à disposition d'après le schématisation utilisé dans le tableau des exercices et tests qu'on peut trouver sous le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

0.1.2 Gliederung — Disposition

- (1) Übungen in Algebra und Geometrie • *Exercices en algèbre et géométrie*
- (2) Tests in Algebra und Geometrie • *Tests en algèbre et géométrie*
- (3) Übungen in Analysis • *Exercices en analyse*
- (4) Tests in Analysis • *Tests en analyse*
- (5) Übungen in Mathematik II • *Exercices en mathématiques 2*
- (6) Tests in Mathematik II • *Tests en mathématiques 2*

Kapitel • Chapitre 1

Algebra Elektrotechnik — Algèbre électrotechnique

1.1 Inhalt — Les matières

- (1) Tests 1. und 2. Semester • *Exercices semestre 1 et 2*
- (2) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

[**http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html**](http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html)
(Schema) • (*Schéma*)

[**http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html**](http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html)
(Mathematica-Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

- (3) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

[**http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html**](http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html)

1.2 Prep–Test AlgGeo ◇ Prep examen AlgGéo ◇ E1 99 ◇ I / 1

Vorbereitung mit alten Vordiplomen:

Auf dem Netz hat es alte Vordiplome. (Home-Page [Wir1](#) ~ Vordiplome.) Dort findet man entsprechende Aufgaben (bei Vordiplomen wie angegeben ohne Lösungen).

Die komplexen Zahlen betreffen:

Jahr / Abt. / Fach / Nr.:

2000 / F / Alg. / 4

2000 / E / Alg. / 4

1999 / E / Alg. / 1, 2 (schwierig für heute)

1998 / E / Alg. / 4

1997 / E / Alg. / 4, 5

1996 / E / Alg. / 1

1995 / E / Math. / 3

1993 / E / Math. / 4

1992 / E / Math. / 2b

1.3 Test in AlgGeo \diamond Examen en AlgGéo \diamond

E1 99 I / 1

(1) $(X \Rightarrow (Y \Rightarrow X \wedge \neg Z)) \dot{\vee} Z \rightsquigarrow$

(a) Wahrheitstabelle?

• Tableau de vérité?

(b) Tautologie? • Tautologie?

(2) $(\neg C \Rightarrow (A \vee B)) \uparrow (A \Rightarrow \neg C) \rightsquigarrow \text{aNF} = ?$

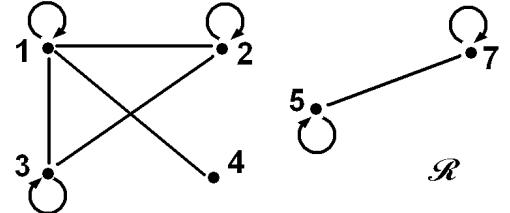
(3)

$$f: \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} -x & x \in \mathbb{Q} \\ 2x & x \in (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$$

(a) f injectiv? • f injective?(b) f surjectiv? • f surjective?(c) f bijectiv? • f bijective?

(4) Welche geordneten Paare fehlen im Diagramm zu einer Äquivalenzrelation?

• Quelles sont les paires ordonnées qui manquent pour une relation d'équivalence?

(5) $|U| = 109$ Gäste • invités, $|A| = 81$ trinken Wein • boivent du vin, $|B| = 24$ trinken Bier • boivent de la bière, $|C| = 35$ trinken Wasser • boivent de l'eau, $|A \cap B| = 11$ trinken Wein und Bier • boivent du vin et de la bière, $|B \cap C| = 15$ trinken Bier und Wasser • boivent de la bière et de l'eau, $|A \cap C| = 8$ trinken Wein und Wasser. • boivent du vin et de l'eau.

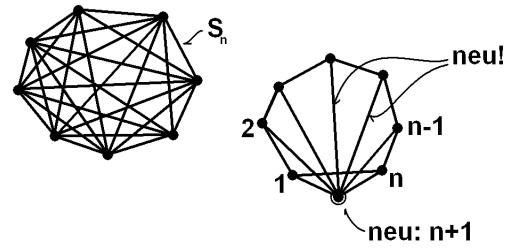
Ist das möglich? — Falls ja: Wieviele trinken Bier, Wein und Wasser?

• Est-ce que c'est possible? — Si oui: Combien prennent du vin, de la bière et de l'eau?

(6) $\mathbb{Z}_5, +, \cdot \rightsquigarrow [4]_5 \cdot ([3]_5 \cdot [x]_5 - [2]_5) = [2]_5 \cdot [x]_5 \rightsquigarrow [x]_5 = ?$

(7) Diagonalen: • *Diagonales:*

$$D_n \stackrel{?}{=} \frac{n(n-3)}{2}$$



Vollständige Induktion? • *Induction complète?*

WIR

1.4 Test in AlgGeo \diamond Examen en AlgGéo \diamond E1 01/02 I / 1(1) $(\neg(V \Rightarrow (U \wedge \neg W) \Rightarrow \neg U) \vee \neg W) \rightsquigarrow$ Tautologie? Tautologie?

(2)

$$A \equiv (\neg Z \Rightarrow X \wedge Y) \vee X$$

Der Ausdruck A ist als vollständige adjunktive Normalform darstellbar. Gefragt ist die Anzahl Adjunktionsterme (Begründung!)

- *Il est possible d'écrire l'expression A comme forme normale adjonctive complète. On demande le nombre de termes d'adjonction. (Donner une explication)*

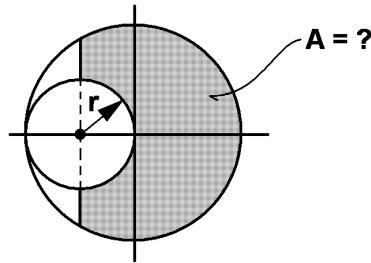
(3) $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$, $B = \{40, 41, \dots, 69\}$, $C = \{1, 2, 3, \dots, 6\} \cup \{100\}$,
 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$

Gesucht: • *On demande: $|\overline{A \cap B}|$, $|\overline{A \cap C}|$, $|\overline{A \cap B \cap C}|$, $|\overline{B \cap C}|$, $|\overline{A \cup B \cup C}|$*

(4) $R = \{(a, b), (b, a), (a, a), (b, b), (a, f), (f, a), (f, f), (b, f), (f, b), (c, f), (f, c), (c, c), (b, c), (c, b), (a, c), (c, a), (d, e), (d, d), (e, d), (e, e), (f, f), (a, f), (e, d), \}$

Eigenschaften der Relation R ? • *Qualités de la relation R ?*

(5)



Aus einer alten Aufnahmeprüfung!

• *Pris d'un vieux examen d'admission!*

(6) $a = 123456$, $b = 7890$, $d = \text{ggT}'\text{pgdc}(a, b) = ?$

Idee von Euklid: • *Idée d'Euclide:*

- (a) $a = n_1 \cdot b + r_1 \rightsquigarrow r_1$: Divisionsrest! • r_1 : Reste de la division!
- (b) $\rightsquigarrow b = n_2 \cdot r_1 + r_2 \rightsquigarrow r_1 = n_3 \cdot r_2 + r_3 \dots$

(7) Beweise mit Hilfe der vollständigen Induktion:

- *Prouver à l'aide de l'induction complète:*

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} : \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Viel Glück! • *Bonne chance!*

WIR

1.5 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 02/03 I / 1

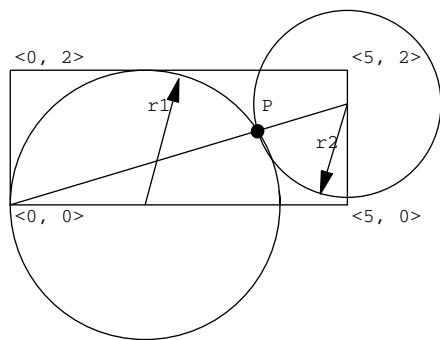
(1) $(W \dot{\vee} \neg W) \vee (\neg(W \Rightarrow X) \wedge \neg W) \Rightarrow \neg X$ Tautologie? • Tautologie?

(2) $((X \Rightarrow Y) \Rightarrow \neg X) \Rightarrow \neg Y$

(a) Wahrheitstabellen? • Tableaux de vérité?

(b) kNF? • kNF (forme normale con.)?

(3)



(a) $P = P(x_P, y_P) = ?$

(b) $r_2 = ?$

(4) Zeige den „Euklidschen Algorithmus“! • Montrer l'algorithme d'Euklide!

(a) $ggT'pgdc(9996, 96) = ?$

(b) $ggT'pgdc(9996, 996) = ?$

(c) Was fällt auf? • Qu'est qui est surprenant?

(5) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (2|x) \wedge x \leq 200\}$ $\rightsquigarrow |A \cap B \cap C| = ?$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid (3|x) \wedge x \leq 300\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid (5|x) \wedge x \leq 500\}$

$G = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 500\}$

(6) Zeige mit vollständiger Induktion: • Montrer à l'aide de l'induction complète

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n \cdot (n+1)^2}{2}\right)^2 (= (\sum_{k=1}^n k)^2)$$

Viel Glück! • Bonne chance!

WIR

1.6 Test in AlgGeo \diamond Examen en AlgGéo \diamond E1 99/00 I / 2

$$(1) \Phi \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ \alpha \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, P = P(4, 6, 8)$$

- (a) Kann man α so wählen, dass $P \in \Phi$ gilt? ($\alpha = ?$)
 • *Est-ce qu'on peut choisir la valeur de α de façon que P est dans Φ ($P \in \Phi$)?*
 $(\alpha = ?)$
- (b)

$$\nu \vec{r}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} = \overrightarrow{OP}$$

Kann man α so wählen, dass diese Gleichung keine Lösung $\{\nu, \lambda, \mu\}$ hat?
 • *Est-ce qu'on peut choisir la valeur de α de façon que l'équation n'a pas de solution $\{\nu, \lambda, \mu\}$?*

$$(2) \begin{aligned} \Phi &: 2x + 3y - 4z - 2 = 0 \\ \Psi &: x - 4y + 2z + 1 = 0 \\ s &= \Phi \cap \Psi \end{aligned}$$

- (a) Berechne den Durchstosspunkt von s mit der xy –Ebene.
 • *Calculer le point d'intersection de s avec le plan xy .*
- (b) Berechne den Abstand von s zu $P(4, 4, 4)$.
 • *Calculer la distance de s au point $P(4, 4, 4)$.*
- (c) Berechne den Abstand von Φ zu $P(4, 4, 4)$.
 • *Calculer la distance de Φ au point $P(4, 4, 4)$.*
- (3) Gegeben sei: • *Soit donné:* $\triangle ABC$, $A = A(4; 3)$, $B = B(5; 7)$, $C = C(1; 6)$.

- (a) Um welchen Winkel muss man $\triangle ABC$ um O drehen, damit $\overline{AB} \parallel$ zur x –Achse zu liegen kommt? ($\rightsquigarrow \triangle A'B'C'$).
 • *De quel angle est-ce qu'il faut tourner $\triangle ABC$ (centre de rotation O), que \overline{AB} devient \parallel à l'axe x ? ($\rightsquigarrow \triangle A'B'C'$.)*
- (b) Berechne die Koordinaten von A' . • *Calculer les coordonnées de A' .*
- (c) Sei • *Soit* $A_0 = A_0(4; 3; 0)$, $B_0 = B_0(5; 7; 0)$, $C_0 = C_0(1; 6; 0)$.
 $D_0 = D_0(5; 6; z)$ soll so gewählt werden, dass das Volumen des Tetraeders $A_0B_0C_0D_0$ gerade 25 ist. Berechne z
 • *On choisit $D_0 = D_0(5; 6; z)$ de façon que le volume du tétraèdre $A_0B_0C_0D_0$ est exactement 25. Calculer z .*

1.7 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 01/02 I / 2

(1)
$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ \vec{a}_2 &= -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 \\ \vec{a}_3 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\end{aligned}$$
 $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\} \rightsquigarrow \text{Basis? } \bullet \text{Base?}$
Basiswechsel: \bullet *Changement de base:*
 $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ?$

(2) $A = A(0/0), B = B(7/0), C = C(4/5),$ Die Gerade \overline{CS} schneidet die x -Achse in $x_0.$
 $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$
 $S = \overline{AA'} \cap \overline{BB'}$ \bullet *La droite \overline{CS} coupe l'axe x à $x_0.$*
 $\rightsquigarrow x_0 = ?$

(3) $z_1 = a + i b \in \mathbb{C}, |z_1| = 1, z_2 = \bar{z}_1, z_3 = z_1 + z_2$
 $\triangle z_1 z_2 z_3 \rightsquigarrow$ Das Dreieck ist gleichseitig. \bullet *Le triangle est équilatéral.*
Gesucht: \bullet *On demande:* $z_1 = ?$

(4) $w = 3 + 4i, u = a + bi$

(a) Für welche u gilt die folgende Gleichung? \bullet *Pour quels u l'équation suivante est valable?*

$$|w + u|^2 + |w - u|^2 = 2(|w|^2 + |u|^2), u = ?$$

(b) Deute die Gleichung geometrisch! \bullet *Sinification géométrique de l'équation?*

(5) $z_1 = 3 - 2i, 2i(z_1^2 - z_1) = (z - 1)^5$

(a) Skizziere die Lösungen $z.$ \bullet *Esquisse des solutions z*

(b) Berechne auf 4 Stellen genau die erste „Basislösung“ (Gegenuhrzeigersinn).

\bullet *Calculer à une exactitude de 4 places la 1ère solution de base (contre le sens des aiguilles de la montre).*

(c) Berechne das arithmetische Mittel der Lösungen. \bullet *Calculer la moyenne arithmétique des solutions.*

(6) $p(x) = a x^3 + b x^2 + c x + d \rightsquigarrow$ Nullstellen \bullet *zéros $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$*

Es gilt zudem: \bullet *En plus il vaut: $d = -6$*

Berechne $a, b, c!$ \bullet *Calculer $a, b, c!$*

(Skizziere den Graphen!) \bullet *(Esquisse du graphe!)*

Viel Glück! \bullet *Bonne chance!*

1.8 Test in AlgGeo \diamond Examen en AlgGéo \diamond E1 02/03 I / 2

(1) $x = r \cdot e^{i\varphi}$, $r = 1$, $\varphi = \frac{2\pi}{7}$

- (a) $x^0 + x^1 + x^2 + \dots + x^6 = ?$ O.R. (Ohne Rechner) • S.c. (Sans calculatrice)
 (b) $x^0 + x^1 + x^2 + \dots + x^{999} = ?$ O.R. • S.c.

(2) $a = 2 + i$, $b = 1 - 2i$

- (a) $\frac{a^{21} - 1}{a - 1}$
 (b) $\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot (\overline{a+b})^{-1}$ O.R. • S.c.

(3) $a_1 = 3 - i$, $a_2 = 3 + i$, $a_3 = 4 + i$

- (a) $x^5 = \frac{a_1}{a_2} \cdot a_3 \Rightarrow x = ?$
 (b) Skizziere x sowie $x^3!$ • Esquisse de x de $x^3!$
 (c) $|\frac{a_1}{a_2} \cdot \bar{a}_3| = ?$ O.R. • S.c.

(4) $|\frac{x}{a_1}| = \frac{|x|}{|\bar{a}_1|} \Rightarrow x = ?$ O.R. • S.c.

(5) Rep.: • Rép.:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 18 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Zerlege \vec{c} in Komponenten nach \vec{a} und \vec{b} . Numerische Werte genügen. (Mache eine Skizze!)

• Décomposer \vec{c} en composants d'après \vec{a} et \vec{b} . On peut donner des valeurs numériques. (Faire une esquisse!)

(6) (a) Erstelle eine Additionstafel sowie auch eine Multiplikationstafel für die Restklassen modulo 6.

• Faire un tableau pour l'addition et aussi un tableau pour la multiplication pour les classes des restes modulo 6.

(b) Suche die Lösungen der folgenden Gleichung:

• Chercher la solution de l'équation suivante:

$$([x]_6 + [2]_6) \cdot [4]_6 = [a]_6, \quad a = 0, 1, 2, 3$$

Viel Glück! • Bonne chance!

WIR

1.9 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 99/00 II / 3

$$(1) \quad A : \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \longmapsto 2 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = A \cdot \vec{v}$$

$$A^{-1} : \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \longmapsto A^{-1} \cdot \vec{v} = ?$$

$$(2) \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Eigenwerte von B ? • Valeurs propres de B ?
- (b) Eigenvektoren von B ? • Vecteurs propres de B ?
- (c) Eigenwerte von B^{10} ? • Valeurs propres de B^{10} ?
- (d) Eigenvektoren von B^{10} ? • Vecteurs propres de B^{10} ?
- (e) Eigenwerte von B^{-1} ? • Valeurs propres de B^{-1} ?
- (f) Eigenvektoren von B^{-1} ? • Vecteurs propres de B^{-1} ?

$$(3) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) $C_1 = D_{x, \frac{\pi}{2}} \cdot C = ?$
- (b) Eigenwerte von C und von $C_1 = ?$ • Valeurs propres de C et de $C_1 = ?$

$$(4) \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Eigenwerte? • Valeurs propres?
- (b) Eigenvektoren? • Vecteurs propres?
- (c) $D^T = ?$
- (d) $D^{-1} = ?$
- (e) $X \cdot (D - D^{-1}) = D^T - D^{-1} \rightsquigarrow X = ?$
- (f) $X \cdot (D + D^{-1}) = D^T + D^{-1} \rightsquigarrow X = ?$

$$(5) \quad \left| \begin{array}{l} x + y + z + w = 1 \\ x + z + w = 1 \\ x + y - z + w = 1 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{Gauss-Jordan?} \\ (w = \text{Parameter}) \bullet (w = \text{paramètre}) \end{array}$$

$$(6) \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{D_{z, \frac{\pi}{4}}} \vec{w} \xrightarrow{D_{x, \frac{\pi}{4}}} \vec{u} \xrightarrow{D_{y, \frac{\pi}{6}}} \vec{s} = ?$$

1.10 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 01/02 II / 3

(1) Sei • Soit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Die Vektoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} definieren ein Tetraeder. Wie gross muss x gewählt werden, damit der Volumeninhalt $V = 400$ wird? Zeige die Berechnung!

• *Les vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} définissent un tétraèdre. Comment choisir x de façon que le volume soit $V = 400$? Montrer le calcul!*

(2) Berechne den senkrechten Abstand des Punktes $P(4/8/16)$ von der Ebene $\Phi : 2x - 3y - z + 6 = 0$. Zeige die Berechnung!

• *Calculer la distance de point $P(4/8/16)$ au plan $\Phi : 2x - 3y - z + 6 = 0$. Montrer le calcul!*

(3) Partialbruchzerlegung: • *Décomposition en fractions partielles:*

(a) $f(x) = \frac{1}{(x-1)x}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)(x+2)(x+3)}$

Zeige die Berechnung! • *Montrer le calcul!*

(4) Löse: • *Résoudre:*

$$\left| \begin{array}{l} 4x + 2y = 1 \\ \alpha^2 x - 3y = 2 \end{array} \right|$$

Für welches α hat das System keine Lösung? (Begründung!)

• *Pour quel α est-ce que le système n'a pas de solution? (Donner la raison!)*

Zeige die Berechnung! (Cramer...) • *Montrer le calcul! (Cramer...)*

1.11 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 02/03 II / 3

(1) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x}{(x^2 - 1)(x - 3)} \rightsquigarrow$ Partialbruchzerlegung herleiten (zeigen!).
 • Déduire la décomposition en fractions partielles (démontrer!).

(2) Sei • Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & \alpha & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ \beta \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ \gamma \end{pmatrix}$

Löse $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_k$ mit Hilfe von Determinanten.

• Résoudre $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_k$ à l'aide de déterminants.

- (a) Für welche α, β hat $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_1$ keine Lösung?
 • Pour quelles α, β l'équation $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_1$ n'a pas de solutions?
- (b) Für welche α, β hat $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_1$ unendlich viele Lösung?
 • Pour quelles α, β l'équation $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_1$ a infiniment de solutions?
- (c) Für welche α, β hat $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$ keine Lösung?
 • Pour quelles α, β l'équation $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$ n'a pas de solutions?
- (d) Für welche α, β hat $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$ unendlich viele Lösung?
 • Pour quelles α, β l'équation $A \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$ a infiniment de solutions?

(3) $M = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d})$, $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 + u \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

- (a) Berechne $\det(M)$ (zeigen!). • Calculer $\det(M)$ (démontrer!).
- (b) Für welches u ist $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}\}$ l.a.? • Pour quelle u l'ensemble $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}\}$ est l.i.?

(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

- (a) Berechne das Volumen des Spats, der von $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ aufgespannt wird. (Zeigen!)
 • Calculer le volume du parallélépipède qui est donné par $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. (Démontrer!)
- (b) $\Phi : \vec{r} = \vec{c} + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$, $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 Berechne den Abstand von P zu Φ . (Zeigen!)
 • Calculer la distance de P à Φ . (Démontrer!)

1.12 Test in AlgGeo \diamond Examen en AlgGéo \diamond E1 01/02 II / 4

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} x+y+z-w = 1 \\ x+z-w = 1 \\ x+y-z+w = 1 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \text{Gauss–Jordan? Von Hand.} \\ \bullet \text{ Gauss–Jordan? A la main.} \\ (w = \text{Parameter}) \bullet (w = \text{paramètre}) \end{array}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_{z,\varphi} := D_\varphi = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightsquigarrow A \cdot (D_\varphi - X) \cdot A^T = A \cdot X \cdot A \Rightarrow X = ?$$

$$(3) \quad A: \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} 4 & u \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^T \cdot \vec{v} = A^T \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow u = ?$$

$$A^{-1}: \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \longmapsto A^{-1} \cdot \vec{w} = ?$$

(4) Von Hand: \bullet A la main:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Eigenwerte von B ? \bullet Valeurs propres de B ?
- (b) Eigenvektoren von B ? \bullet Vecteurs propres de B ?
- (c) Eigenwerte von B^{10} ? \bullet Valeurs propres de B^{10} ?
- (d) Eigenvektoren von B^{10} ? \bullet Vecteurs propres de B^{10} ?
- (e) Eigenwerte von B^{-1} ? \bullet Valeurs propres de B^{-1} ?
- (f) Eigenvektoren von B^{-1} ? \bullet Vecteurs propres de B^{-1} ?

Hinweis: Erst denken, dann rechnen. \bullet Indication: Dabord penser, ensuite calculer.

$$(5) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- (a) $C_1 = D_{x,\frac{\pi}{2}} \cdot C = ?$ ($D_{z,\varphi} \rightsquigarrow$ Probl. 2)
- (b) Sind die Eigenwerte von C und von C_1 reell?
 \bullet Est-ce que les valeurs propres de C et de C_1 sont réelles?

1.13 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ E1 02/03 II / 4

(1) Gegeben: Eigenwerte $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$ zu A . • *Donné: Valeurs propres pour A ...*

(a) Eigenvektoren $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ • *Vecteurs propres ...*

i. Komponiere eine Matrix mit diesen EW und EV.

• *Composer une matrice avec ces val. p et vec. p.*

ii. Suche das Bild von $P_0 = (1; 1)$. • *Calculer l'image de P_0 .*

(b) Eigenvektoren $\vec{x}'_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{x}'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ • *Vecteurs propres ...*

i. Komponiere eine Matrix mit obigen EW und den neuen EV.

• *Composer une matrice avec les val. p d'en haut et les nouvelles vec. p.*

(2) Sei • *Soit* $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Löse die Matrixgleichung: • *Résoudre l'équation matricielle:*

$$X \cdot M = M \cdot (D^2 - D), \quad D^2 := D \cdot D$$

(b) Berechne: • *Calculer:* $\det X = ?$

(3) Sei • *Soit* $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(a) Berechne: • *Calculer:*

$$P(\lambda) = \det(M - \lambda \cdot E) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0, \quad a_3, a_2, a_1, a_0 = ?$$

(b) Ersetze in $P(\lambda)$ das λ durch M . Berechne damit die nachfolgende Matrix C :

• *Remplacer dans $P(\lambda)$ le λ par M . Calculer la matrice C suivante:*

$$P(C) := a_3 M^3 + a_2 M^2 + a_1 M^1 + a_0 M^0, \quad M^1 := M, \quad M^0 := 0$$

(4) $M = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(a) Berechne die Eigenwerte (zeigen). • *Calculer les valeurs propres (montrer).*

(b) Berechne die Eigenvektoren (zeigen). • *Calculer les vecteurs propres (montrer).*

(c) Welche Beziehung fällt an den Eigenwerten auf?

• *Quel rapport est-ce qu'on voit quant aux valeurs propres?*

1.14 Lösungen ◇ Lines pour solutions

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1aE1bA19900.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1bE1bA19900.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1E1Alg0102.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1E1Alg0203.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T2E1bA19900.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T2E10102.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T2E1Alg0203.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T3E1bA19900.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T3E1bA10102.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T3E1Alg0203.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T4E1bA10102.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T4E1A10203.nb>

Kapitel • Chapitre 2

Algebra Mikrotechnik — Algèbre microtechnique

2.1 Inhalt — Les matières

(1) Tests 1. und 2. Semester • *Exercices semestre 1 et 2*

(2) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

(Schema) • (*Schéma*)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>

(Mathematica-Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

(3) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

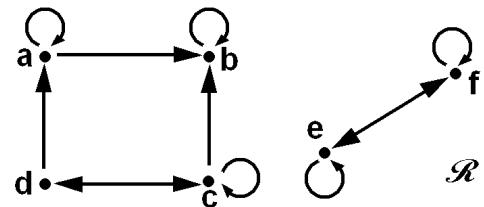
2.2 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond F1 99/00 1

(1) $(A \Rightarrow \neg C) \vee (\neg C \Rightarrow (A \vee B)) \rightsquigarrow \text{aNF} = ?$

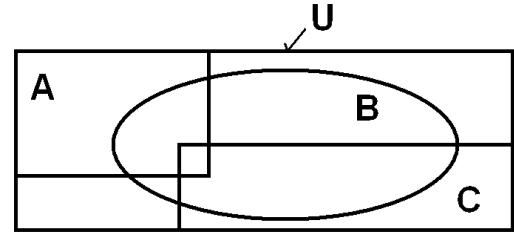
(2) $((A \wedge B) \vee A) \wedge \neg B \rightsquigarrow \text{Wahrheitstabelle?} \bullet \text{Tableau de vérité?}$

(3) Was fehlt im Diagramm zu einer Äquivalenzrelation?

\bullet Qu'est-ce qui manque pour une relation d'équivalence?



(4) $|U| = 100,$
 $|A| = |B| = |C| = 50,$
 $|A \cap B| = 30,$
 $|B \cap C| = 25,$
 $|A \cap C| = 20,$
 $|A \cap B \cap C| = 5,$
 $|U \setminus (A \cap B \cap C)| = ?$



(5) $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Vollständige Induktion? \bullet Induction complète?

(6)

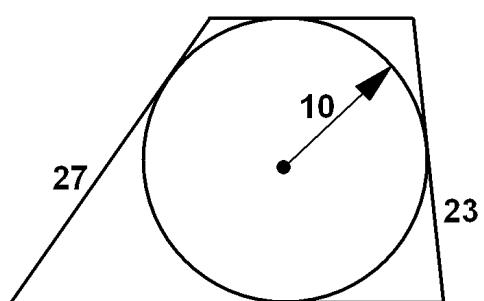
$$f : \mathbb{R}^+ \longmapsto \mathbb{R}^+ \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ \sqrt{x} & x \in (\mathbb{R}^+ \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$$

- (a) f injectiv? \bullet f injective?
- (b) f surjectiv? \bullet f surjective?
- (c) f bijectiv? \bullet f bijective?

(7)

Flächeninhalt $A = ?$ \bullet Surface $A = ?$

WIR



2.3 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond F1 99/00 2

(1) $z_1 = 2 + 4i, z_2 = -4 - 6i$

(a) $z_1 \cdot z + z_2^{-1} = \frac{\bar{z}_1}{\operatorname{Re}(z_1)} \quad z = ?$

(b) Skizze von • *Esquisse de* $z_1, z_2, z_2^{-1}, \bar{z}_1, \operatorname{Re}(z_1), z$?

(c) $w^6 = z_2 \quad \rightsquigarrow$
Skizze der Lösungen (w_0, w_1, \dots, w_5) ? • *Esquisse des solutions* (w_0, w_1, \dots, w_5) ?

(2) Gegeben: • *Donné:* $\triangle ABC, A(4, 3), B(5, 7), C(1, 6)$.

Drehung, Zentrum $O, \varphi = +35^\circ$ • *Rotation, centre* $O, \varphi = +35^\circ \rightsquigarrow \triangle ABC \mapsto \triangle A'B'C'$

(a) Koordinaten von • *Coordonnées de* $\triangle A'B'C'$?

(b) Abstand von \overline{AB} zu O ? • *Distance de* \overline{AB} à O ?

(c) $\alpha, \beta, \gamma = ?$ (in • *dans* $\triangle ABC$)

(d) Flächeninhalt von $\triangle ABC = ?$ • *Surface de* $\triangle ABC = ?$

(3) $\Phi : -2x + 4y - 3z + 2 = 0$

$s = \Phi \cap \Psi$ Gerade • *droite*

$\Psi : -x - 2y + 4z + -1 = 0$

$P = P(4, 4, 4)$,

$(x, y) = xy$ –Ebene • *plan xy*

(a) $P_1 = s \cap (x, y) = ?$

(b) Abstand von Φ zu $P = ?$ • *Distance de* Φ à $P = ?$

(c) Abstand von s zu $P = ?$ • *Distance de* s à $P = ?$

2.4 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ F 99/00 3

(1) $x + y + z + w = 1, \ z - w = 1, \ y - w = 1, \ y - z + w = 1 \rightsquigarrow$ Gauss–Jordan?

(2) $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-A} 7 \vec{x}_1, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-A} 2 \vec{x}_2$

(a) $A = ?$ (b) $A^{-1} = ?$ (c) $A^T = ?$

(3) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

(a) Eigenwerte von B ? • Valeurs propres de B ?(b) Eigenvektoren von B ? • Vecteurs propres de B ?(c) Eigenwerte von B^{10} ? • Valeurs propres de B^{10} ?(d) Eigenvektoren von B^{10} ? • Vecteurs propres de B^{10} ?(e) Eigenwerte von B^{-1} ? • Valeurs propres de B^{-1} ?(f) Eigenvektoren von B^{-1} ? • Vecteurs propres de B^{-1} ?(g) Eigenwerte von B^T ? • Valeurs propres de B^T ?

(4) $R = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \ \varphi = \frac{\pi}{6}, \ \overrightarrow{OP}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \ \overrightarrow{OP}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \ \overrightarrow{OP}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

(a) $R \cdot \overrightarrow{OP}_k = ?, \ k = 1, 2, 3$ (b) $\det(R \cdot \overrightarrow{OP}_2 - R \cdot \overrightarrow{OP}_1, R \cdot \overrightarrow{OP}_3 - R \cdot \overrightarrow{OP}_1) = m(\square P'_1 P'_2 P'_3 P'_4) = ?$

(5) $C = \begin{pmatrix} -\frac{2}{7} & -\frac{18}{7} \\ -\frac{6}{7} & -\frac{5}{7} \end{pmatrix}, \ P_1(1/2), \ P_2(2/-4), \ P_3(-2/-1)$

(a) $C \cdot \overrightarrow{OP}_k = ?, \ k = 1, 2, 3$ (b) Skizze: • Esquisse: $\overrightarrow{OP}_k, \ C \cdot \overrightarrow{OP}_k, \ k = 1, 2, 3$ (c) $C \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OP} \rightsquigarrow \overrightarrow{OP} = ?$ (d) $C \cdot \overrightarrow{OP} = -2 \cdot \overrightarrow{OP} \rightsquigarrow \overrightarrow{OP} = ?$

2.5 Lösungen ◇ Lines pour solutions

Die Lösungen werden bei Gelegenheit integriert, wenn der Autor dafür Zeit haben wird. • *Les solutions seront ajoutées prochainement à l'occasion, si l'auteur aura le temps.*

Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

[**http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html**](http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html)
(Schema) • (Schema)

[**http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html**](http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html)
(Mathematica-Quellencode) • (Code de source en Mathematica)

Kapitel • Chapitre 3

Algebra Informatik — Algèbre informatique

Siehe Algebra Elektrotechnik oder Mikrotechnik

• *Voir algèbre électrotechnique ou microtechnique*

Kapitel • Chapitre 4

Math. 1 B–Arch. — Math. 1 B–arch.

(Mathematik 1 Architektur (B)) • (*Mathématiques 1 architecture (B)*)

4.1 Inhalt — Les matières

(1) Tests 1. und 2. Semester • *Exercices semestre 1 et 2*

(2) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>
(Schema) • (*Schéma*)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>
(Mathematica–Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

(3) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

4.2 Selbsteinschätzung ◇ Architektur ◇ Mathematik ◇ A... 03

Name

- (1) Einem Kreis mit Radius $r = 10$ ist ein Trapez umschrieben, dessen Schenkel die Längen 23 und 27 haben. Exakter Inhalt der Trapezfläche = ? (Von Hand.)

a) Zu schwierig b) $r^3 \frac{84}{791}$ c) $8.5595 r^2$ d) $r^2 \frac{719}{84}$ e) Richtiger Wert fehlt

- (2) Wir verwenden das Bogenmass. Suche von Hand die kleinste positive Lösung x von $\cos(x\pi) = 1$

a) Zu schwierig b) $x = 0$ c) $x = 2$ d) $x = 2\pi$ e) Richtiger Wert fehlt

- (3) Berechne von Hand und stelle das Resultat als gekürzten Bruch dar:

$$(2 + \frac{5}{6} + (-1 - \frac{1}{2}))^2 \cdot x : \frac{((2 + \frac{5}{12})\lambda + (4 + \frac{1}{4})\lambda) \cdot \mu^2 \cdot \frac{6}{7}}{(3 + \frac{1}{2}) \cdot x^2 : ((3 + \frac{1}{5})\mu - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{4}\mu + \mu \cdot \frac{4}{5}) \cdot \lambda}$$

a) Zu schwierig b) $3.86 x \mu^4$ c) $\frac{49}{135} (\frac{x}{\mu})^3$ d) $\frac{7}{145} (\frac{x}{\mu})^2$ e) Richtiger Wert fehlt

- (4) Untersuche von Hand, ob s oder t grösser ist und berechne die Differenz $s - t$:

$$s = 2((\frac{r}{3})^3 - (\frac{r-1}{3})^3), \quad t = ((\frac{r}{3})^3 + (\frac{r-1}{3})^2)$$

a) Zu schwierig b) r grösser, $s - t = s^2 - 2r + 1$
 c) Abhängig von r , $t - s = \frac{1}{27}(r^3 - 3r^2 + 1)$ d) t grösser, $t - s = \frac{7}{36}(r^2 - 3r - 1)$
 e) Richtiger Wert fehlt

- (5) Vereinfache von Hand so weit wie möglich:

$$(\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}) : \frac{b}{1 + \frac{a}{b}}$$

a) Zu schwierig b) $\frac{2}{b^2-a^2}$ c) $\frac{2}{(ab)-b^2}$ d) $\frac{4}{(ba)-b^3}$ e) Richtiger Wert fehlt

- (6) Berechne x von Hand:

$$\frac{2x}{4x^2 - 4x + 1} - \frac{2}{2x - 1} = 0$$

a) Zu schwierig b) 0 c) $\frac{100-99}{2 \cdot 49 - 97}$ d) 0.5 e) Richtiger Wert fehlt

(7) Ein Kollege behauptet, dass die folgende Aussage wahr ist:

„Eine Parabel geht durch $(0; 1)$, $(1; 0)$, $(2; 1)$. Dann geht die Parabel auch durch den Punkt $(3; 2)$.“ Entscheide rechnerisch, welche Antwort stimmt!

- a) Zu schwierig b) Wahr c) Falsch d) Die Parabel geht durch $(3; 4)$
e) Die Parabel geht durch $(1 + \sqrt{2}; 2)$

(8) Durch $(3; 4)$ und $(5; 7)$ geht eine Gerade. Die Geradengleichung lautet dann:

- a) Zu schwierig b) $y = \frac{-1+3x}{2}$ c) $3x - 2y - 1 = 0$ d) $\frac{7-y}{5-x} = \frac{3}{2}$
e) Richtiger Wert fehlt

(9) Vereinfache von Hand:

$$\frac{-10000 + (100 - 10^{-100}) (100 + 10^{-100})}{10^{200}}$$

- a) Zu schwierig b) Ungefähr $-1.0000000000000000 \cdot 10^{-400}$ c) Ungefähr 10^{+400}
d) Ungefähr $\frac{\pi}{e^2 \pi^2}$ e) Richtiger Wert fehlt

(10) Welche der folgenden Aussagen ist richtig?:

- a) Ein Vektor ist ein Pfeil
 - b) Vektor heisst auf lateinisch Faktor
 - c) Ein Vektor ist eine Wandtafel voll Pfeile
 - d) Ein Vektor ist ein Zeiger
 - e) Ein geometrischer Vektor ist eine Äquivalenzklasse gleichlanger, gleichgerichteter Pfeile
 - f) Zu schwierig

(11) Berechne den Winkel zwischen den beiden Vektoren: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

- a) Zu schwierig b) Ungefähr 7^o c) Ungefähr 4.96974^o d) Ungefähr 15^o
e) Richtiger Wert fehlt

(12) Durch die Punkte $(0; 1; 0)$, $(2; 2; 4)$, $(3; 6; 8)$, $(4; 5; 19)$ ist ein Tetraeder gegeben. Berechne den Volumeninhalt.

- a) Zu schwierig b) $V = 19.8$ c) $V = \frac{30}{17}$ d) $V = \frac{23}{2}$
e) Richtiger Wert fehlt

(13) Skizziere den Graphen von $f(x) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x^2-1}}$

- a) Zu schwierig
 - b) Sieht fast aus wie eine kubische Parabel
 - c) Hat die Form von $y = \tan(x) - e^x$
 - d) Man kann den Graphen nicht skizzieren

4.3 Erläuterung Evaluationstest für die Studierenden

HSB, BFH 03

Liebe erstsemestrige Studentinnen und Studenten

Um die Einteilung in den **Stützkurs Mathematik** auf eine seriösen Grundlage stellen und nicht nur dem Gutdünken oder dem Zufall zu überlassen, bedarf es einer **Evaluation**. Daher bitte ich Sie, sich einmal ein wenig Zeit zu nehmen. Folgendes ist zu tun:

- ∅ Jede Studentin/ jeder Student soll in einer ruhigen Umgebung den beigelegten **Evaluationstest** ohne fremde Hilfe für sich durcharbeiten.
- ∅ Taschenrechner und Formelsammlungen sind **erlaubt**.
- ∅ Pro Aufgabe soll **maximal** etwa zehn bis fünfzehn Minuten eingesetzt werden. Wenn man dann zu keinem Resultat gekommen ist, soll man erklären, dass man diese Aufgabe noch nicht lösen kann.
- ∅ Weiter soll die **Berufsmaturitätsnote** in Mathematik auf dem Blatt vermerkt werden. Diese Information wird vertraulich behandelt.
- ∅ **Abgabetermin:** Mathematiklektion 2. Semesterwoche.
- ∅ **Kommunikationsmittel:** Bitte gut leserlich E-Mail-Adresse auf dem Blatt vermerken!

Auf der Grundlage der Evaluation wird dann so rasch wie möglich ein **Vorschlag erstellt** werden, der einzelnen Studentin oder dem einzelnen Studenten empfiehlt, den Stützkurs zu besuchen. **Weitere Konsequenzen** hat die Evaluation **keine** - also bitte keine Angst haben! Es geht im Endeffekt ja darum, Sie fachlich weiterzubringen.

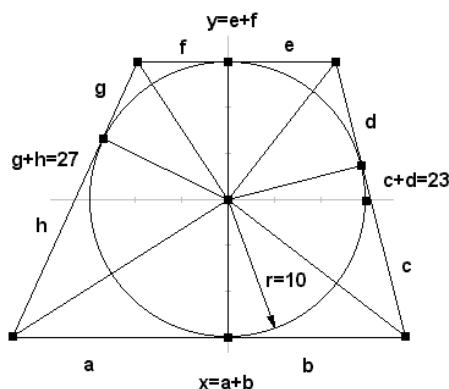
Mit freundlichen Grüßen

Rolf Wirz, Prof. für Mathematik

4.4 Selbsteinschätzung Lösungen ◇ Architektur ◇ Math. ◇
A...03

Richtige Antworten:

(1)



Es gibt verschiedene einfache Lösungswege. Der letzte der gemachten Vorschläge lautet wie folgt:

$$a = h, b = c, d = e, f = g \leadsto 50 = 23 + 27 = x + y = a + b + e + f = h + c + d + g \leadsto \text{Inhalt } A = \frac{a \cdot 10}{2} + \frac{b \cdot 10}{2} + \dots + \frac{h \cdot 10}{2} = \frac{10}{2}(a + b + \dots + h) = 5 \cdot (50 + 50) = 500$$

→ e) Richtiger Wert fehlt unter den angegebenen Varianten. (Man sieht das sofort daran, dass r ja kein unbestimmter Wert ist, sondern mit 10 angegeben wird.)

Der folgende früher hineinkopierte Text gehört nicht zu dieser Aufgabe:

d) $A \approx r^2 \frac{719}{84}$ e) Richtiger Wert fehlt: $A = r^2 \left(\frac{13}{6} \pi + \sqrt{3} \right) \approx r^2 \left(\frac{13}{6} \frac{22}{7} + \frac{7}{4} \right) = r^2 \frac{719}{84}$

(2) c) $x = 2$

$$(3) \text{ c) } \frac{49}{135} \left(\frac{x}{\mu} \right)^3$$

$$(4) \text{ c) Abhangig von } r, \quad t - s = \frac{1}{27} (r^3 - 3r^2 + 1)$$

$$(5) \text{ b) } \frac{2}{b^2 - a^2}$$

$$(6) \text{ c) } 1 = \frac{100-99}{249-97}$$

$$(7) \quad y = f(x) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

e) Die Parabel geht durch $(1 + \sqrt{2}; 2)$

3) Die Parabel geht durch $(1 + \sqrt{2}, 2)$

d) $\frac{7-y}{2} = \frac{3}{2}$ ist für $x \neq 5$ richtig! $x = 5$

d) $\frac{5}{5-x} - \frac{1}{2}$ ist für $x \neq 5$ richtig: $x = 5 \rightsquigarrow$ Voraussetzung „Frohleitmann“.

(10) e) Ein geometrischer Vektor ist eine Äquivalenzklasse gleichlanger, gleichgerichteter Pfeile

(11) c) Ungefähr 4.96974°

(12) d) $V = \frac{23}{2}$

(13) d) Man kann den Graphen nicht skizzieren. Die Schnittmenge des Definitionsbereichs der Funktion mit den reellen Zahlen ist leer.

4.5 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 99/00 1

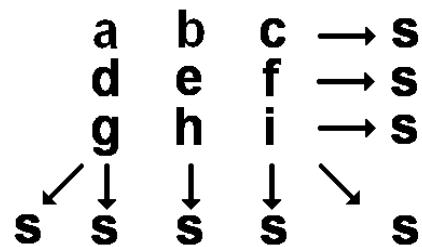
(1)

(a) $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$a = 4, b = 9, s = 15$
 $c, d, e, f, g, h, i = ?$

(b) $\{a, b, c, \dots, h, i\} = \{2, 3, \dots, 9, 10\}$

$a = 5, b = 4, s = 18$
 $c, d, e, f, g, h, i = ?$



(2) $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \sin(x - \frac{\pi}{2}) + 1 & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$

(a) $D_f = ?, W_f = ?$

(b) f bijektiv? • bijective?

(3) $|A \cup B \cup C| = 125,$

$|A| = 40, |B| = 50,$

$|A \cap B| = 10,$

$|B \cap C| = 15,$

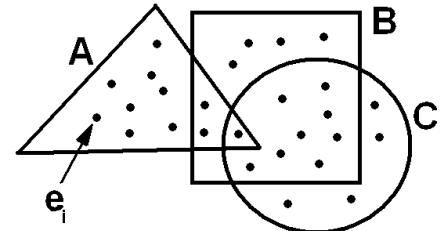
$|A \cap C| = 20,$

$|A \cap B \cap C| = 10,$

$|C| = ?$

$|A \cap B \cap C| = 11 \Rightarrow |C| = ?$

(möglich? • possible?)



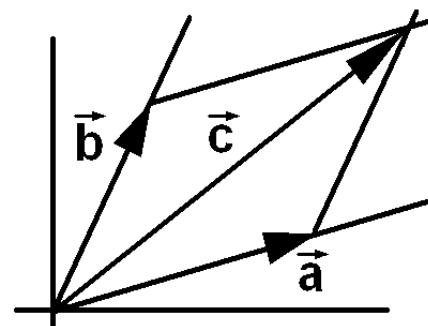
(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix},$
 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}, B' = \{\vec{a}, \vec{b}\}$

(a) $\lambda, \mu = ?$ Rechnung und Zeichnung!

• Calcul et dessin!

(b) $|\vec{c}| = ?$

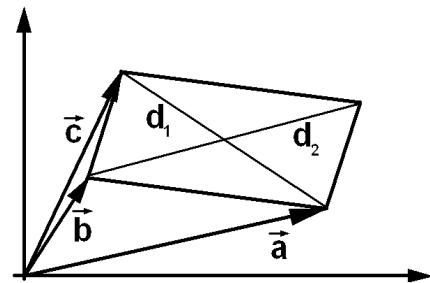
(c) Koordinaten von \vec{c} in der Basis B' ?

• Coordonnées de \vec{c} dans la base B' ?

(5) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(a) $d_1 = ?$

(b) $d_2 = ?$

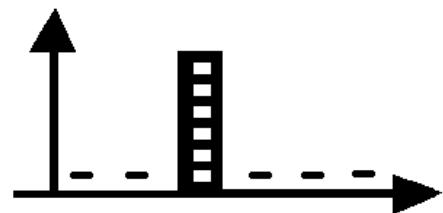


Rückseite! • *Voir au verso!*

(6) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99'999 = ?$

(a) Idee: Zeichnung! • *Idée: Dessin!*

(b) Rechnung! • *Calcul!*



4.6 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 00/01 1a

(1) Löse: • *Résoudre*:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} x-y \leq 1 \\ x+y \geq 1 \\ y \geq 2x-6 \end{array} & \end{array}$$

(2) (a) $\mathbb{Q}, +, \cdot \rightsquigarrow$ Algebraische Struktur? • *Structure algébrique?*

(b) $P_1, P_2, P_3 \in g$, $a = |P_1 P_2|$, $b = |P_2 P_3|$, $10 = |P_1 P_3|$, $a^2 = 10 b$,
 $a = ?$, $b = ?$, $a \in \mathbb{Q}$?

(3) $(A \wedge B) \vee C \rightsquigarrow$ Wahrheitstabelle? • *Tableau de vérité?*

(4) $|A| = 99$, $|B| = 98$, $|C| = 97$, $|A \cap B| = 30$, $|A \cap C| = 27$, $|B \cap C| = 28$, $|A \cap B \cap C| = 26$

(a) $|A \cup B \cup C| = ?$

(b) $|(A \cap B) \setminus (A \cap B \cap C)| = ?$

Skizze! • *Esquisse!*

(5) (a) Berechne exakt: • *Calculer de façon exacte*:

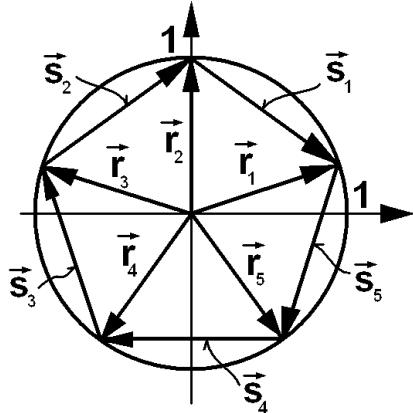
$$\tan 60^\circ = ?$$

(b) Löse exakt (alle Lösungen): • *Résoudre de façon exacte (toutes les solutions)*:

$$\cos x = \frac{1}{2}, \quad x = ?$$

4.7 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 00/01 1b

(1)



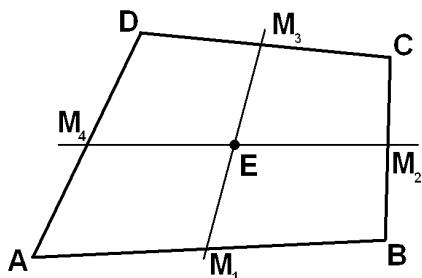
$$(a) \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_5 = \sum_{k=1}^5 \vec{r}_k = ?$$

$$(b) \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \dots + \vec{s}_5 = \sum_{k=1}^5 \vec{s}_k = ?$$

(2)

$$2\vec{u} + \frac{1}{2}(\vec{x} + 2\vec{u} - 3\vec{c}) = \frac{1}{3}(2\vec{x} - \vec{u} + \vec{c}) \rightsquigarrow \vec{x} = ?$$

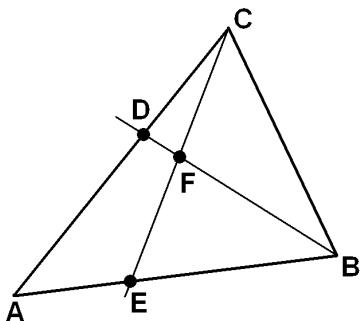
(3)



Gegeben: • Donné:
 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$

$$\rightsquigarrow \overrightarrow{OE} = ?$$

(4)



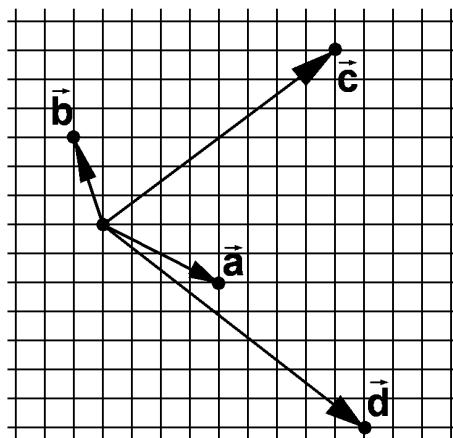
$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BF} = \lambda \cdot \overrightarrow{BD}$$

$$\lambda = ?$$

4.8 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 01/02 1

(1)



$$\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \mu_1 \vec{b}, \quad \lambda_1, \mu_1 = ?$$

$$\vec{d} = \lambda_2 \vec{a} + \mu_2 \vec{b}, \quad \lambda_2, \mu_2 = ?$$

- (2) (a) $4(3\vec{x} + 9\vec{b}) - 2\vec{a} = 5\vec{x} + \vec{a} - \vec{b} \rightsquigarrow \vec{x} = ?$
 (b) $2\vec{b} + 3(4\vec{x} - \vec{c}) = 4(\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{x}) \rightsquigarrow \vec{x} = ?$

- (3) Könnte man auf einer Kugelsphäre (an Stelle einer Ebene) geometrische Vektoren definieren und Vektorrechnung betreiben (z.B. addieren)? Begründung?
 • *Est-ce qu'on pourrait définir des vecteurs géométriques sur une sphère (à la place d'un plan) et pratiquer le calcul vectoriel (p.ex. additionner)? Explication?*

- (4) Mache eine Wahrheitstabelle! • *Faire un tableau de vérité!*

- (a) $A \vee \neg B$
 (b) $(A \vee \neg B) \wedge B$
 (c) $((A \vee \neg B) \wedge B) \Rightarrow A$
- (5) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad C = \{50, 51, \dots, 100\}, \quad U = \mathbb{N}$
 (a) $A \cap (B \cup \bar{C}) = ?$
 (b) $|A \cup (\bar{B} \cap C)| = ?$
- (6) (a) D_{α° = Drehung um einen gegebenen Ursprung um α Grad.
 • D_{α° = révolution autour d'un origine donné de α degrés.
 $G = \{D_{0^\circ}, D_{60^\circ}, D_{120^\circ}, D_{180^\circ}, D_{240^\circ}, D_{300^\circ}\}$
 Bildet G eine Gruppe? • *Est-ce que G donne un groupe?*
- (b) S_x = Spiegelung an der x -Achse eines kartesischen Koordinatensystems.
 Entsprechend für S_y .
 • S_x = réflexion à l'axe x d'un système de coordonnées cartesiennes. Correspondamment pour S_y .
 $S = \{S_x, S_y\}$
 Bildet S eine Gruppe? • *Est-ce que S donne un groupe?*

%

(7) $A(n)$ = maximale Anzahl Schnittpunkte von n Kreisen.

• $A(n)$ = *nombre maximal de points d'intersection de n cercles.*

(a) Entwickle eine Formel! • *Développer une formule!*

(b) Beweise die Formel mit Hilfe der vollständigen Induktion:

• *Prouver la formule à l'aide de l'induction complète:*

6 Punkte pro Aufgabe • *6 points par problème*

Viel Glück! • *Bonne chance!*

4.9 Test in Algebra \diamond Examen en algèbre \diamond A-B-1 02/03 1

- (1) (a) Löse exakt (alle Lösungen): • *Résoudre de façon exacte (toutes les solutions):*
 $2 - \tan(x) = 1$

- (b) Löse exakt (alle Lösungen): • *Résoudre de façon exacte (toutes les solutions):*
 $-4 \cos(30^\circ) - x + x^2 = 4$

- (2) Wahrheitstabellen? • *Tableaux de vérité?*

(a) $\neg X \wedge Y$

(b) $(\neg X \wedge Y) \vee X$

(c) $((\neg X \wedge Y) \vee X) \Rightarrow Y$

(3) $A = \{3, 6, 9, 12, \dots, 45\}$

(a) $A \cap B = ?$

$B = \{4, 8, 12, 16, \dots, 44\}$

(b) $A \cup B = ?$

$C = \{5, 10, 15, 20, \dots, 45\}$

(c) $C \setminus (A \cup B) = ?$

(d) $(A \cap B) \cup (C \setminus (A \cup B)) = ?$

- (4) Bsp.: • Exemple: $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 4), (1, 4)\}$

\rightsquigarrow Graph: • Graphique: $\xrightarrow[1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3 \leftrightarrow 4]{\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow}$

Problem: • **Problème:** $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (4, 4), (4, 5), (5, 4)\}$
 \rightsquigarrow Graph? (Feststellung?) • Graphique? (Qu'est-ce qu'on constate?)

- (5) Stelle die Lösungen graphisch dar: • *représenter les solutions de façon graphique:*

$-y \geq -2x, \quad y \leq -x + 3, \quad x \geq 0$

Viel Glück! • *Bonne chance!*

4.10 Test in Algebra \diamond Version dt. \diamond A-B-1 03/04 1b

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

- (1) Berechne exakt (Hinweis: Skizze!):

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 8'999 + 9'000 + 8'999 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$$

- (2) Gegeben sind 4 Mengen A, B, C .

$$|A| = 32, |B| = 36, |C| = 28, |A \cap B| = 17, |A \cap C| = 19, |B \cap C| = 21, |A \cup B \cup C| = 44$$

- (a) $|A \cap B \cap C| = ?$
- (b) $|C \setminus ((A \cap C) \cup (B \cap C))| = ?$
- (c) Gibt es zur Lösung dieser Aufgabe etwas Auffallendes zu bemerken?

Hinweis: Skizze!

- (3) Bestimme die Wahrheitstabellen:

- (a) $\neg X \vee Y$
- (b) $X \wedge \neg Y$
- (c) $(\neg X \vee Y) \Rightarrow (X \wedge \neg Y)$

- (4) $R = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (1, 3), (1, 1), (3, 1), (5, 5), (5, 4), (6, 5), (7, 6), (4, 7), (7, 7)\}$

- (a) Markiere die geordneten Paare in einer Skizze, welche für eine Äquivalenzrelation fehlen!
- (b) Ist es möglich, die Paare in R zu einer strengen Ordnungsrelation zu ergänzen?

- (5) Skizziere das Lösungsgebiet: $x + y \geq -4, -x + y \geq -2, y \leq 4$

- (6) Sei $a x^2 + b x + c = (x + 3)(x + 5)$

- (a) $a, b, c = ?$
- (b) $a x^2 + b x + c = 0 \rightsquigarrow$ Summe und Produkt der Nullstellen?

Viel Glück!

4.11 Test in Algebra \diamond Version dt. \diamond A-B-1 03/04 1a

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

- (1) Berechne exakt (Hinweis: Skizze!):

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9'999 + 10'000 + 9'999 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$$

- (2) Gegeben sind 4 Mengen A, B, C .

$$|A| = 28, |B| = 32, |C| = 26, |A \cap B| = 15, |A \cap C| = 17, |B \cap C| = 19, |A \cap B \cap C| = 5$$

- (a) $|A \cup B \cup C| = ?$
- (b) $|C \setminus ((A \cap C) \cup (B \cap C))| = ?$
- (c) Gibt es zur Lösung dieser Aufgabe etwas Auffallendes zu bemerken?

Hinweis: Skizze!

- (3) Bestimme die Wahrheitstabellen:

- (a) $X \vee \neg Y$
- (b) $\neg X \wedge Y$
- (c) $(X \vee \neg Y) \Rightarrow (\neg X \wedge Y)$

- (4) $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,3), (1,2), (3,1), (4,4), (4,5), (5,6), (7,6), (7,4), (5,7)\}$

(a) Markiere die geordneten Paare in einer Skizze, welche für eine Äquivalenzrelation fehlen!

(b) Ist es möglich, die Paare in R zu einer strengen Ordnungsrelation zu ergänzen?

- (5) Skizziere das Lösungsgebiet: $x + y \geq -1, -x + y \geq -2, y \leq 2$

- (6) Sei $a x^2 + b x + c = (x - 1)(x - 2)$

- (a) $a, b, c = ?$
- (b) Ist $a x^2 + b x + c = 0 \rightsquigarrow$ Summe und Produkt der Nullstellen?

Viel Glück!

4.12 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 04/05 1

CodeU1Z

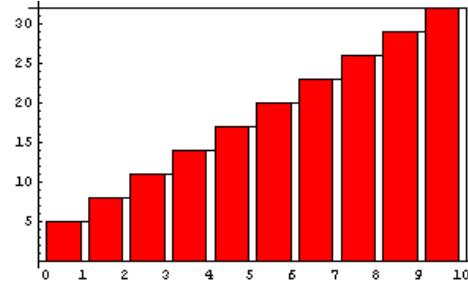
Name, Datum, Klasse

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet! Die Lösungen sind anzukreuzen. Richtige Kreuze geben je einen Pluspunktum. Falsche Kreuze geben je einen Minuspunktum.

(1)

Berechne exakt (Hinweis: Skizze):

- a) $s_{10} = 5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 32$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$
- b) $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

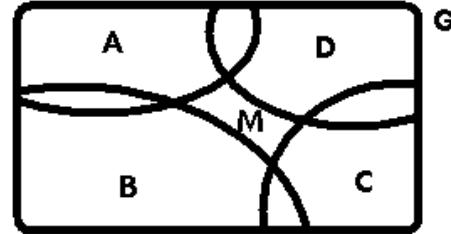


Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a) $s_{10} =$	163, 179, 183, 185, 186, 171, 194, 199, 200, 212, 213, 215, 219	
(b) $s_n =$	$2n + \frac{3n(1+n)}{2}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{3}$, $5n + \frac{3n(1-n)}{3}$, $5n + \frac{5n(1-n)}{3}$	

(2) Gegeben ist die Grundmenge G sowie die Mengen A , B , C , D .

$$|G| = 500, |A| = 50, |B| = 60, \\ |C| = 70, |D| = 80, |A \cap B| = 20, \\ |B \cap C| = 30, |D \cap D| = 40, |D \cap A| = 50 \\ |G \setminus (A \cup B \cup C \cup D)| = ?$$



Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
$ M $	346, 352, 358, 360, 372, 373, 380, 382, 383, 387, 390	

(3) Bestimme die Anzahl Wahrheitswerte „1“ (wahr) in der jeweiligen Wahrheitstabelle:

- (a) $(\neg X \vee Y) \wedge \neg(X \wedge \neg Y)$
 (b) $X \dot{\vee} (X \Rightarrow \neg X)$
 (c) $(X \wedge (Y \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow (Y \Leftrightarrow (X \vee Z))$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a)	0, 1, 2, 3, 4	
(b)	0, 1, 2, 3, 4	
(c)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	

- (4) Markiere diejenigen Relationen, die Äquivalenzrelationen respektive strenge Ordnungsrelationen sind.
- Drehung von Dreiecken um einen Punkt P . (Zwei Dreiecke sind in Relation, wenn sie durch Drehung um P auseinander hervorgehen....)
 - Spiegelung von Figuren F an einer Geraden ($F \mapsto F'$).
 - Verschiebung von Figuren mit einem Vektor (immer gleiche Distanz und Richtung, $F \mapsto F'$).
 - Projektion von Körpern in die Ebene auf dieselbe Figur.
 - Gleitspiegelung von Figuren. (Verschiebung parallel zur Geraden g und anschliessend Spiegelung an g .)
 - Gleicher Rest von Zahlen bei der Division durch 314.

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
Äquivalenzrelation	(a) (b) (c) (e) (f)	
Strenge Ordnungsrelation	(a) (b) (c) (e) (f)	

- (5) Bestimme den x -Wert des Punktes, der im Lösungsgebiet am weitesten rechts liegt:

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 + 3, \quad x \geq 0, \quad y \leq 2x$$

Lösung deutlich markieren:

Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	And. Lös.:
$\pm\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, 0, \sqrt{3}, 2.1, (\frac{3}{2})^{(\frac{1}{2})}, 3, (0.816497\dots)^{-1}, 0.816497, (1; 1.5)$	

- (6) Sei $f(x) = (-3 + x)(-1 + x)(-1 + x^2)$ und $x = z + 1$.

Markiere die wahren Aussagen deutlich:

$\forall_x : f(x) \in \mathbb{Z}$	$\forall_x : f(x) + 4 \geq 0$	$\forall_x : f(x) \geq 0$	$\forall_z : f(z+1) = f(-z+1)$
$f(1) = 4$	$f(0) \cdot f(2) = 9$	$f(0) \cdot f(2) = 0$	„ $2^2 + 3^2 \neq 4^2 \Rightarrow f(x) = 5^2 - x$ “

Viel Glück!

4.13 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 04/05 1a

CodeU1Z T1A1v1v0405-1.TEX

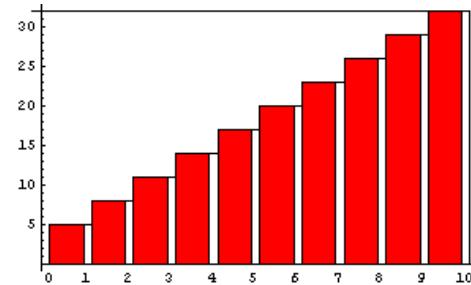
Name, Datum, Klasse

Die Lösungen sind anzukreuzen oder einzukreisen. Richtige Kreuze oder Kreise geben je einen Pluspunkt. Falsche Kreuze oder Kreise geben je einen Minuspunkt.

(1)

Berechne exakt (Hinweis: Skizze):

- a) $s_{10} = 5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 32$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$
- b) $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

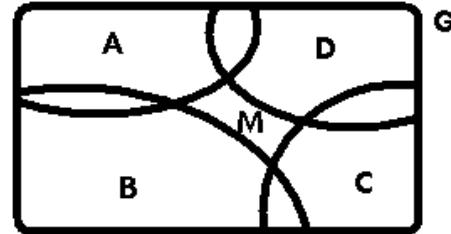


Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a) $s_{10} =$	163, 179, 183, 185, 186, 171, 194, 199, 200, 212, 213, 215, 219	
(b) $s_n =$	$2n + \frac{3n(1+n)}{2}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{3}$, $5n + \frac{3n(1-n)}{3}$, $5n + \frac{5n(1-n)}{3}$	

- (2) Gegeben ist die Grundmenge G sowie die Mengen A, B, C, D .

$$\begin{aligned} |G| &= 500, |A| = 50, |B| = 60, \\ |C| &= 70, |D| = 80, |A \cap B| = 20, \\ |B \cap C| &= 30, |C \cap D| = 40, |D \cap A| = 50 \\ |G \setminus (A \cup B \cup C \cup D)| &=? \end{aligned}$$



Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
$ M $	346, 352, 358, 360, 372, 373, 380, 382, 383, 387, 390	

- (3) Bestimme die Anzahl Wahrheitswerte „1“ (wahr) in der jeweiligen Wahrheitstabelle:

- (a) $(\neg X \vee Y) \wedge \neg(X \wedge \neg Y)$
 (b) $X \dot{\vee} (X \Rightarrow \neg X)$
 (c) $(X \wedge (Y \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow (Y \Leftrightarrow (X \vee Z))$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a)	0, 1, 2, 3, 4	
(b)	0, 1, 2, 3, 4	
(c)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	

- (4) Markiere diejenigen Relationen, die Äquivalenzrelationen respektive strenge Ordnungsrelationen sind.
- Drehung von Dreiecken um einen Punkt P . (Zwei Dreiecke sind in Relation, wenn sie durch Drehung um P auseinander hervorgehen....)
 - Spiegelung von Figuren F an einer Geraden ($F \mapsto F'$).
 - Verschiebung von Figuren mit einem Vektor (immer gleiche Distanz und Richtung, $F \mapsto F'$).
 - Projektion von Körpern in die Ebene auf dieselbe Figur.
 - Gleitspiegelung von Figuren. (Verschiebung parallel zur Geraden g und anschliessend Spiegelung an g .)
 - Gleicher Rest von Zahlen bei der Division durch 314.

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
Äquivalenzrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	
Strenge Ordnungsrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	

- (5) Bestimme den x -Wert des Punktes, der im Lösungsgebiet am weitesten rechts liegt:

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 + 3, \quad x \geq 0, \quad y \leq 3x$$

Lösung deutlich markieren:

Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	And. Lös.:
$\pm\sqrt{\frac{3}{2}}, \quad \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \quad 0, \quad \sqrt{3}, \quad 2.1, \quad (\frac{3}{2})^{(\frac{1}{2})}, \quad 3, \quad (0.816497\dots)^{-1}, \quad 0.816497, \quad (1; 1.5)$	

- (6) Sei $f(x) = (-3 + x) (-1 + x) (-1 + x^2)$ und $x = z + 1$.

Markiere die wahren Aussagen deutlich:

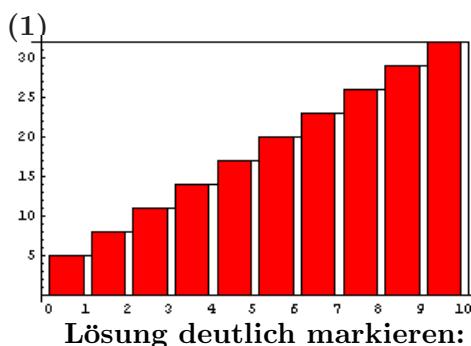
$\forall_x : f(x) \in \mathbb{Z}$	$\forall_x : f(x) + 4 \geq 0$	$\forall_x : f(x) \geq 0$	$\forall_z : f(z+1) = f(-z+1)$
$f(1) = 4$	$f(0) \cdot f(2) = 9$	$f(0) \cdot f(2) = 0$	„ $2^2 + 3^2 \neq 4^2 \Rightarrow f(x) = 5^2 - x$ “

Viel Glück!

4.14 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 04/05 1b

CodeK1W T1A1v1v0405-1a.TEX Name, Datum, Klasse

Die Lösungen sind anzukreuzen oder einzukreisen. Richtige Kreuze oder Kreise geben je einen Pluspunkt. Falsche Kreuze oder Kreise geben je einen Minuspunkt.



Berechne exakt (Hinweis: Skizze):

a) $s_{10} = 5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 32$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$

b) $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a) $s_{10} =$	163,179, 183, 185, 186, 171, 194, 199, 200, 212, 213, 215, 219	
(b) $s_n =$	$2n + \frac{3n(1+n)}{2}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{3}$, $5n + \frac{3n(1-n)}{3}$, $5n + \frac{5n(1-n)}{3}$	

(2) Bestimme die Anzahl Wahrheitswerte „1“ (wahr) in der jeweiligen Wahrheitstabelle:

- (a) $(\neg X \vee Y) \wedge \neg(X \wedge \neg Y)$
 (b) $X \dot{\vee} (X \Rightarrow \neg X)$
 (c) $(X \wedge (Y \Rightarrow \neg X)) \Rightarrow (Y \Leftrightarrow (X \vee Z))$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a)	0, 1, 2, 3, 4	
(b)	0, 1, 2, 3, 4	
(c)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	

(3) Gegeben ist die Grundmenge G sowie die

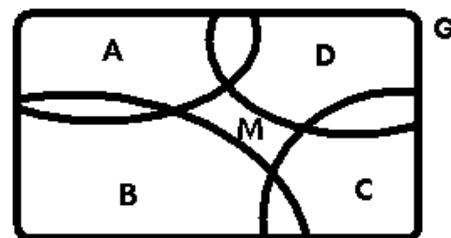
Mengen A, B, C, D .

$$|G| = 500, |A| = 50, |B| = 60,$$

$$|C| = 70, |D| = 80, |A \cap B| = 20,$$

$$|B \cap C| = 30, |C \cap D| = 40, |D \cap A| = 50$$

$$|G \setminus (A \cup B \cup C \cup D)| = ?$$



Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
$ M $	346, 352, 358, 360, 372, 373, 380, 382, 383, 387, 390	

- (4) Bestimme den x -Wert des Punktes, der im Lösungsgebiet am weitesten rechts liegt:

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 + 3, \quad x \geq 0, \quad y \leq 3x$$

Lösung deutlich markieren:

Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	And. Lös.:
$\pm\sqrt{\frac{3}{2}}, \quad \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \quad 0, \quad \sqrt{3}, \quad 2.1, \quad (\frac{3}{2})^{(\frac{1}{2})}, \quad 3, \quad (0.816497\dots)^{-1}, \quad 0.816497, \quad (1; 1.5)$	

- (5) Markiere diejenigen Relationen, die Äquivalenzrelationen respektive strenge Ordnungsrelationen sind.

- (a) Drehung von Dreiecken um einen Punkt P . (Zwei Dreiecke sind in Relation, wenn sie durch Drehung um P auseinander hervorgehen....)
- (b) Spiegelung von Figuren F an einer Geraden ($F \mapsto F'$).
- (c) Verschiebung von Figuren mit einem Vektor (immer gleiche Distanz und Richtung, $F \mapsto F'$).
- (d) Projektion von Körpern in die Ebene auf dieselbe Figur.
- (e) Gleitspiegelung von Figuren. (Verschiebung parallel zur Geraden g und anschliessend Spiegelung an g .)
- (f) Gleicher Rest von Zahlen bei der Division durch 314.

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
Äquivalenzrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	
Strenge Ordnungsrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	

- (6) Sei $f(x) = (-3 + x) (-1 + x) (-1 + x^2)$ und $x = z + 1$.

Markiere die wahren Aussagen deutlich:

$\forall_x : f(x) \in \mathbb{Z}$	$\forall_x : f(x) + 4 \geq 0$	$\forall_x : f(x) \geq 0$	$\forall_z : f(z + 1) = f(-z + 1)$
$f(1) = 4$	$f(0) \cdot f(2) = 9$	$f(0) \cdot f(2) = 0$	„ $2^2 + 3^2 \neq 4^2 \Rightarrow f(x) = 5^2 - x$ “

Viel Glück!

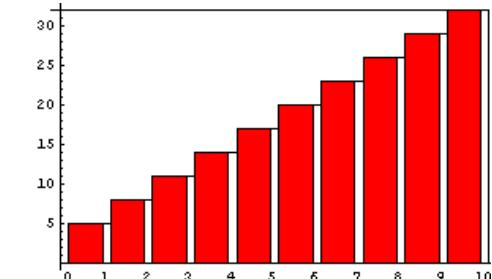
4.15 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 04/05 1c

CodeR2H T1A1v1v0405-2.TEX

Name, Datum, Klasse

Die Lösungen sind anzukreuzen oder einzukreisen. Richtige Kreuze oder Kreise geben je einen Pluspunkt. Falsche Kreuze oder Kreise geben je einen Minuspunkt.

(1)



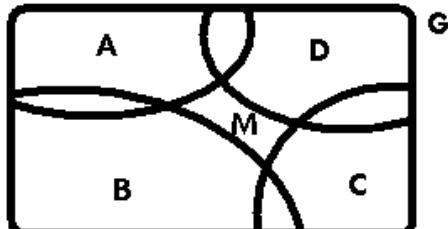
Berechne exakt (Hinweis: Skizze):

a) $s_{10} = 5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 32$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$

b) $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a) $s_{10} =$	160, 176, 179, 182, 183, 184, 186, 191, 195, 198, 200, 212, 215	
(b) $s_n =$	$5n + \frac{3n(1-n)}{3}$, $5n + \frac{5n(1-n)}{3}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{2}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{3}$	

(2)



Gegeben ist die Grundmenge G sowie die Mengen A, B, C, D .
 $|G| = 400, |A| = 50, |B| = 60,$
 $|C| = 70, |D| = 80, |A \cap B| = 20,$
 $|B \cap C| = 30, |C \cap D| = 40, |D \cap A| = 50$
 $|G \setminus (A \cup B \cup C \cup D)| = ?$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
$ M $	246, 250, 257, 260, 270, 274, 277, 280, 284, 286, 289	

(3) Bestimme die Anzahl Wahrheitswerte „1“ (wahr) in der jeweiligen Wahrheitstabelle:

- (a) $(X \vee \neg Y) \vee \neg(X \wedge \neg Y)$
(b) $X \dot{\vee} (\neg X \Rightarrow X)$
(c) $(X \wedge (\neg Y \Rightarrow X)) \Rightarrow (Y \Leftrightarrow (X \vee Z))$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a)	0, 1, 2, 3, 4	
(b)	0, 1, 2, 3, 4	
(c)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	

- (4) Markiere diejenigen Relationen, die Äquivalenzrelationen respektive strenge Ordnungsrelationen sind.
- Spiegelung von Figuren F an einer Geraden ($F \mapsto F'$). (Zwei Figuren sind in Relation, wenn sie durch Spiegelung an g auseinander hervorgehen....)
 - Drehung von Dreiecken um einen Punkt P .
 - Verschiebung von Figuren mit einem Vektor (immer gleiche Distanz und Richtung, $F \mapsto F'$).
 - Gleitspiegelung von Figuren. (Verschiebung parallel zur Geraden g und anschliessend Spiegelung an g .)
 - Gleicher Rest von Zahlen bei der Division durch 314.
 - Projektion von Körpern in die Ebene auf dieselbe Figur.

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
Äquivalenzrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	
Strenge Ordnungsrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	

- (5) Bestimme den x -Wert des Punktes, der im Lösungsgebiet am weitesten rechts liegt:

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 + 3, \quad x \geq 0, \quad y \geq 3x$$

Lösung deutlich markieren:

Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	And. Lös.:
$\pm\sqrt{\frac{3}{2}}, \quad \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \quad 0, \quad \sqrt{3}, \quad 2.1, \quad (\frac{3}{2})^{(\frac{1}{2})}, \quad 3, \quad (0.816497\dots)^{-1}, \quad 0.816497, \quad (1; 1.5)$	

- (6) Sei $f(x) = (3+x)(1+x)(-1+x^2)$ und $x = z - 1$.

Markiere die wahren Aussagen deutlich:

$\forall_z : f(z-1) = f(-z-1)$	$\forall_x : f(x) + 4 \geq 0$	$\forall_x : f(x) \geq 0$	$\forall_x : f(x) \in \mathbb{Z}$
„ $2^2 + 3^2 \neq 4^2 \Rightarrow f(x) = 5^2 + x$ “	$f(0) \cdot f(-2) = 9$	$f(0) \cdot f(2) = 0$	$f(-1) = 4$

Viel Glück!

4.16 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 04/05 1d

CodeN2P T1A1v1v0405-2a.TEX

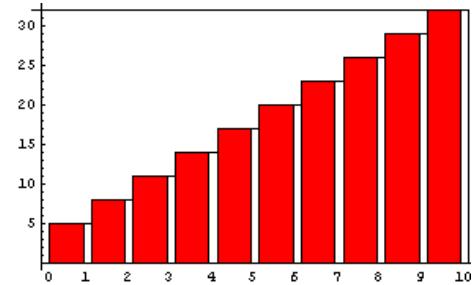
Name, Datum, Klasse

Die Lösungen sind anzukreuzen oder einzukreisen. Richtige Kreuze oder Kreise geben je einen Pluspunkt. Falsche Kreuze oder Kreise geben je einen Minuspunkt.

(1)

Berechne exakt (Hinweis: Skizze):

- a) $s_{10} = 5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 32$
 $= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$
- b) $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$



Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a) $s_{10} =$	160, 176, 179, 182, 183, 184, 186, 191, 195, 198, 200, 212, 215	
(b) $s_n =$	$5n + \frac{3n(1-n)}{3}$, $5n + \frac{5n(1-n)}{3}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{2}$, $2n + \frac{3n(1+n)}{3}$	

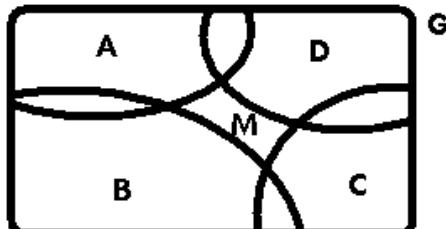
(2) Bestimme die Anzahl Wahrheitswerte „1“ (wahr) in der jeweiligen Wahrheitstabelle:

- (a) $(X \vee \neg Y) \vee \neg(X \wedge \neg Y)$
 (b) $X \dot{\vee} (\neg X \Rightarrow X)$
 (c) $(X \wedge (\neg Y \Rightarrow X)) \Rightarrow (Y \Leftrightarrow (X \vee Z))$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
(a)	0, 1, 2, 3, 4	
(b)	0, 1, 2, 3, 4	
(c)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	

(3)



Gegeben ist die Grundmenge G sowie die Mengen A, B, C, D.

$$\begin{aligned}
 |G| &= 400, |A| = 50, |B| = 60, \\
 |C| &= 70, |D| = 80, |A \cap B| = 20, \\
 |B \cap C| &= 30, |C \cap D| = 40, |D \cap A| = 50 \\
 |G \setminus (A \cup B \cup C \cup D)| &= ?
 \end{aligned}$$

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
$ M $	246, 250, 257, 260, 270, 274, 277, 280, 284, 286, 289	

- (4) Bestimme den x -Wert des Punktes, der im Lösungsgebiet am weitesten rechts liegt:

$$y \geq x^2, \quad y \leq -x^2 + 3, \quad x \geq 0, \quad y \geq 3x$$

Lösung deutlich markieren:

Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	And. Lös.:
$\pm\sqrt{\frac{3}{2}}, \quad \frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \quad 0, \quad \sqrt{3}, \quad 2.1, \quad (\frac{3}{2})^{(\frac{1}{2})}, \quad 3, \quad (0.816497\dots)^{-1}, \quad 0.816497, \quad (1; 1.5)$	

- (5) Markiere diejenigen Relationen, die Äquivalenzrelationen respektive strenge Ordnungsrelationen sind.

- (a) Spiegelung von Figuren F an einer Geraden ($F \mapsto F'$). (Zwei Figuren sind in Relation, wenn sie durch Spiegelung an g auseinander hervorgehen....)
- (b) Drehung von Dreiecken um einen Punkt P .
- (c) Verschiebung von Figuren mit einem Vektor (immer gleiche Distanz und Richtung, $F \mapsto F'$).
- (d) Gleitspiegelung von Figuren. (Verschiebung parallel zur Geraden g und anschliessend Spiegelung an g .)
- (e) Gleicher Rest von Zahlen bei der Division durch 314.
- (f) Projektion von Körpern in die Ebene auf dieselbe Figur.

Lösung deutlich markieren:

	Auswahl, falls die richtige Lösung hier ist:	Andere Lösung:
Äquivalenzrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	
Strenge Ordnungsrelation	(a) (b) (c) (d) (e) (f)	

- (6) Sei $f(x) = (3+x)(1+x)(-1+x^2)$ und $x = z - 1$.

Markiere die wahren Aussagen deutlich:

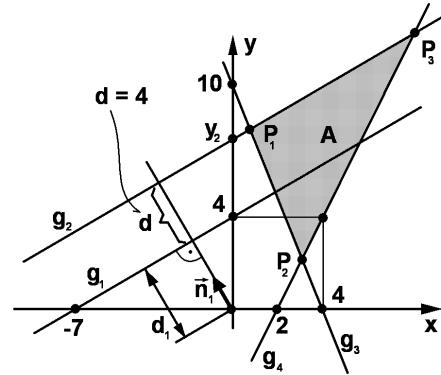
$\forall_z : f(z - 1) = f(-z - 1)$	$\forall_x : f(x) + 4 \geq 0$	$\forall_x : f(x) \geq 0$	$\forall_x : f(x) \in \mathbb{Z}$
$\text{„}2^2 + 3^2 \neq 4^2 \Rightarrow f(x) = 5^2 + x\text{“}$	$f(0) \cdot f(-2) = 9$	$f(0) \cdot f(2) = 0$	$f(-1) = 4$

Viel Glück!

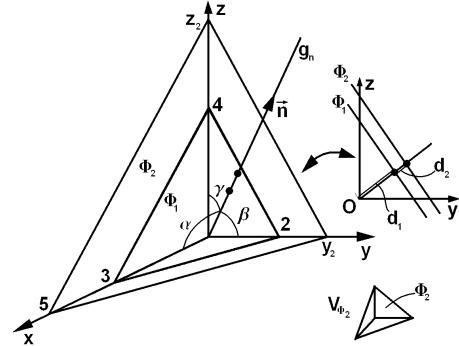
4.17 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 99/00 2

- (1) $g_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$
 $g_2 : A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$
 $g_3 : A_3 x + B_3 y + C_3 = 0$
 $g_4 : \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a}$

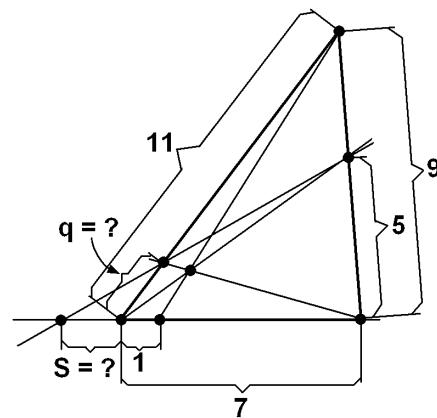
- (a) $\vec{n}_1 = ?$ ($|\vec{n}_1| = 1$)
(b) $d_1 = ?$
(c) $y_2 = ?$
(d) $\overrightarrow{OP_1} = ?$
(e) $\overrightarrow{OP_2} = ?$ $\overrightarrow{OP_3} = ?$
(f) $A = ?$



- (2) $y_2 = ?$ $z_2 = ?$
(b) $\vec{n} = ?$ ($|\vec{n}| = 1$)
(c) $\alpha, \beta, \gamma = ?$
(d) $d_1, d_2 = ?$
(e) $V_{\Phi_2} = ?$



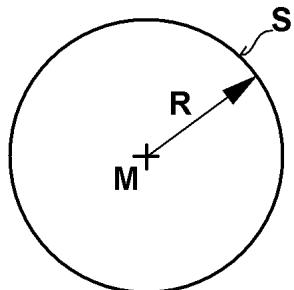
- (3) $q = ?$
(b) $s = ?$



4.18 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 00/01 2

(1)

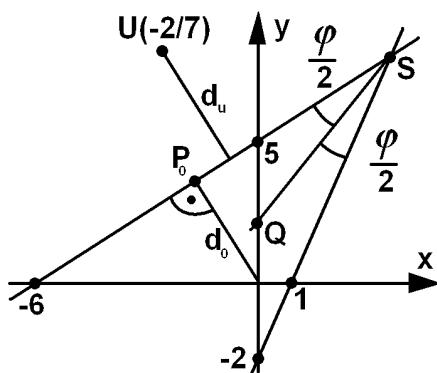
$$3x^2 + 3y^2 - 30x + 18y + 54 = 0$$



(a) $M = ?$

(b) $R = ?$

(2)



(a) $d_0 = ?$

(b) $P_0 = ?$

(c) $d_U = ?$

(d) $Q = ?$

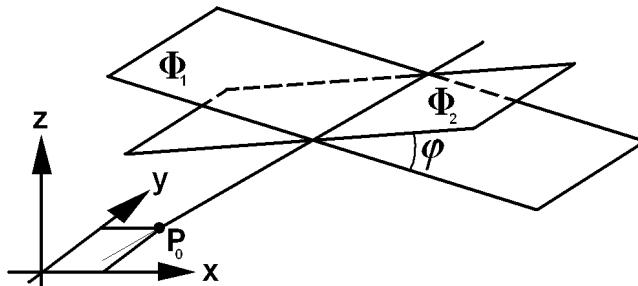
(e) $S = ?$

(f) $\varphi = ?$

(3)

$\Phi_1 : 3x + 2y - 3z = 4$

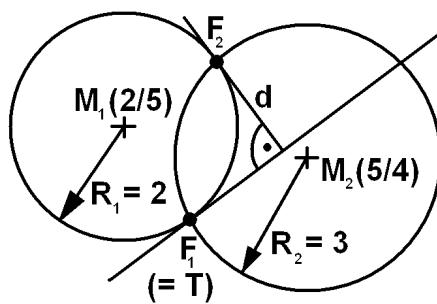
$\Phi_2 : 4x - 2y + z = -1$



(a) $\varphi = ?$

(b) $P_0 = ?$

(4)



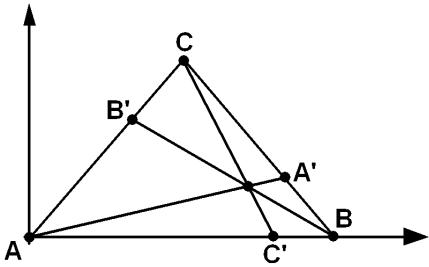
(a) $F_1 = T = ?$

(b) $d = ?$

4.19 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 01/02 2

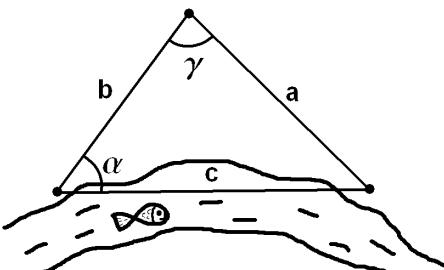
(1) $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ $\{ \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \} \rightsquigarrow$ Basis? • Base?
 $\vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ Basiswechsel: • Changement de base:
 $\vec{c} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$ $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ?$

(2)



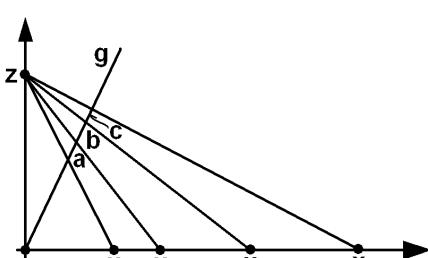
Gegeben: • Donné:
 $B = B(8/0)$, $C = C(5/6)$,
 $\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA'} = \frac{2}{5} \overrightarrow{BC}$
 $\rightsquigarrow C' = ?$

(3)



Gegeben: • Donné:
 $a = 67.54 \text{ m}$, $b = 59.18 \text{ m}$
 $\gamma = 98^\circ 12' 14''$
 $\rightsquigarrow c = ?, \alpha = ?$

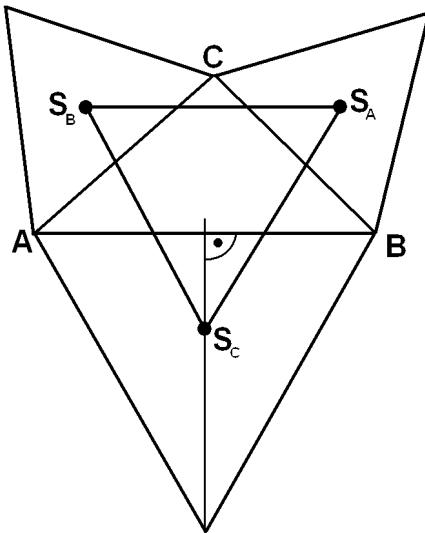
(4)



Gegeben: • Donné:
 $Z = Z(0/12)$, $a : b = 1$

- (a) $c : b = ?$
- (b) Ist es möglich, eine Gerade g so zu legen, dass $a = b = c$ gilt?
• Est-ce que c'est possible de tracer une droite de façon qu'il vaille $a = b = c$?

(5)

Gegeben: • *Donné:*

$$A = A(1/1), B = B(10/4)$$

$$C = C(5/9) \rightsquigarrow \triangle ABC$$

Über a, b, c werden die gleichseitigen \triangle errichtet \rightsquigarrow Schwerpunkte S_A, S_B, S_C .

• *Sur les arêtes a, b, c on construit les \triangle équilatéraux \rightsquigarrow centres de gravitation S_A, S_B, S_C .*

- (a) Berechne • *Calculer* S_A, S_B, S_C !
- (b) Berechne • *Calculer* $|\overline{S_A S_B}|, |\overline{S_B S_C}|, |\overline{S_C S_A}|$!

4.20 Test in Algebra \diamond Examen en AlgGéo \diamond A-B-1 02/03 2

(1) $4(\vec{a} - 2\vec{x}) + \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{x} - 7\vec{a} + 6\vec{c}, \quad \vec{x} = ?$

- (2) (a) \vec{v}_1, \vec{v}_2 und \vec{v}_3 definieren mit dem Zentrum O eines Koordinatensystems ein ebenes, gleichseitiges Dreieck. (O ist auch das Zentrum des Dreiecks.)

• \vec{v}_1, \vec{v}_2 et \vec{v}_3 définissent avec le centre O d'un système de coordonnées un triangle équilatéral et plan. (O est aussi le centre du triangle.)

$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = ?$

- (b) Löse das gleiche Problem mit einem regelmässigen 5-Eck.

• Résoudre le même problème avec un pentagone régulier.

- (c) Löse das gleiche Problem mit einem regelmässigen 17-Eck.

• Résoudre le même problème avec une figure régulière à 17 sommets.

(3) $P_1 = P_1(3; -4), P_2 = P_2(5; 4), P_3 = P_3(2; 11), \vec{a} = \overrightarrow{OP_1}, \vec{b} = \overrightarrow{OP_2}, \vec{c} = \overrightarrow{OP_3}$

- (a) Zerlege \vec{c} in Komponenten nach \vec{a} und \vec{b} (Zeichengenauigkeit).

• Décomposer \vec{c} en composants d'après \vec{a} et \vec{b} (Précision du dessin).

$\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}, \lambda, \mu = ?$

(b) $\overrightarrow{OP_4} = (2 \cdot \lambda) \vec{a} + (-\mu) \vec{b} ?$

Bestimme die Koordinaten von P_4 . • Trouver les coordonnées de P_4 .

(4) $\overrightarrow{OP_1} = \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OP_2} = \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix},$
 $\overrightarrow{OP_3} = \vec{a}_3 = -\vec{a}_1, \quad \overrightarrow{OP_4} = \vec{a}_4 = -\vec{a}_2$

$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \lambda \vec{a}_3 + \mu \vec{a}_4 = \overrightarrow{OP_5} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \lambda, \mu = ? \quad \text{Skizze!} \bullet \text{Esquisse!}$

- (5) x = Rest bei der Division von n durch 5 ($n \in \mathbb{Z}$).

• x = reste si on divise n par 5 ($n \in \mathbb{Z}$).

- (a) Zeige, dass durch den Divisionsrest eine Äquivalenzrelation definiert wird.

• Montrer que avec le reste de la division on peut définir une relation d'équivalence.

- (b) Bestimme die Äquivalenzklassen. • Trouver les classes d'équivalence. $\rightsquigarrow "[x]_5"$

- (c) Versuche die folgende Gleichung zu lösen:

• Essayer de trouver la solution de l'équation suivante:

$[2]_5 \cdot [x]_5 + [1]_5 = [4]_5$

Viel Glück! • Bonne chance!

WIR

4.21 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 03/04 2b

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

- (1) (a) Was ist ein Vektor?
 (b) Was ist der Unterschied zwischen einem geometrischen und einem nicht geometrischen Vektor?
- (2) (a) Was ist eine Basis eines Vektorraumes?
 (b) Was bedeutet „ $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_k\}$ ist linear abhängig“?
 (c) Was ist der Unterschied zwischen Mächtigkeit eines Vektorraumes und der Dimension?
- (3) (a) Was ist der Unterschied zwischen einer Halbgruppe und einer Gruppe?
 (b) Sei D_α das Resultat bei der Drehung eines gleichschenkligen Dreiecks um den Schwerpunkt, $\alpha = \text{Drehwinkel}$.
 - i. Wie muss α gewählt werden, damit die Figuren sich decken?
 - ii. Sei $D_\beta \circ D_\alpha := D_{\alpha+\beta}$. Zeige, dass (D_{α_k}, \circ) eine Gruppe ist, wenn α die in der letzten Teilaufgabe gefundenen Werte annimmt.
- (4) $A = A(2; 5; 1)$, $B = B(0; 0; 1)$, $C = C(1; 1; 1)$, $D = D(2; 0; 1)$, $E = E(1; 2; 1)$, $F = B$.
 Damit bilden wir die Vektoren \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{EF}
 - (a) Zerlege \overrightarrow{AB} nach $\{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}\}$ graphisch.
 - (b) Zerlege \overrightarrow{AB} nach $\{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}\}$ exakt.
- (5) P_1, P_2, \dots, P_7 bilden ein regelmässiges 7-Eck mit Zentrum $M \neq O$ und den Eckpunkten P_1, \dots, P_7 in allgemeiner Lage.
 - (a) Bestimme $\sum_{k=1}^7 \overrightarrow{MP_k}$. (Hinweis: Graphische Addition...)
 - (b) Berechne $\sum_{k=1}^5 \overrightarrow{OP_k}$. (Hinweis: Resultat von oben verwenden...)
- (6) Gegeben sind A, B, C aus Aufgabe 4. Es gelte $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CG}|$.
 - (a) Berechne G so, dass \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{CG} kollinear sind.
 - (b) Berechne $\frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CB})$.

Viel Glück!

4.22 Test in Algebra ◇ Teil 1 ◇ A-B-1 03/04 2b

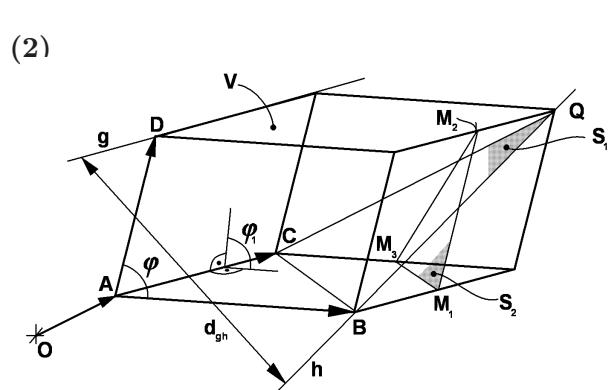
Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

- (1) (a) Was ist ein geometrischer Vektor?
 (b) Was ist ein nicht geometrischer Vektor?
- (2) (a) Was ist ein Erzeugendensystem eines Vektorraumes?
 (b) Was bedeutet „ $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ ist linear abhängig“?
 (c) Was ist die Dimension eines Vektorraumes?
- (3) (a) Was ist eine Gruppe?
 (b) Sei $[a]_3$ der Rest bei der Division von $a \in \mathbb{Z}$ durch 3.
 Wir definieren: $[a]_3 + [b]_3 := [a + b]_3$.
 - i. Präsentiere ein Beispiel zu dieser Definition.
 - ii. Untersuche ob $\{[a]_3 \mid a \in \mathbb{Z}, +\}$ eine Gruppe ist.
- (4) Gegeben sind 4 Punkte in einer Ebene $\sim A, B, C, D$.
 - (a) Wie muss D gewählt werden, damit $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ kollinear sind.
 - (b) Wie muss D gewählt werden, damit $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ eine Orthonormalbasis bildet, wenn $|\overrightarrow{AB}| = 1$ gesetzt ist?
- (5) Gegeben sind $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$,
 - (a) Zerlege \overrightarrow{AB} nach $\{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}\}$ graphisch.
 - (b) Zerlege \overrightarrow{AB} nach $\{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}\}$ exakt.
- (6) Gegeben ist ein regelmässiges 5-Eck mit Zentrum $M \neq O$ und den Eckpunkten P_1, \dots, P_5 in allgemeiner Lage.
 - (a) Bestimme $\sum_{k=1}^5 \overrightarrow{MP}_k$. (Hinweis: Graphische Addition...)
 - (b) Berechne $\sum_{k=1}^5 \overrightarrow{OP}_k$. (Hinweis: Resultat von oben verwenden...)

Viel Glück!

4.23 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 99/00 3

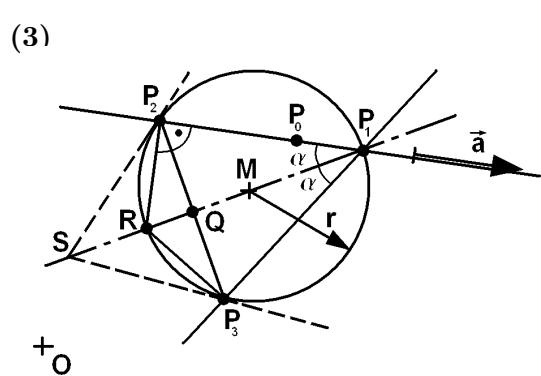
$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} x + y + z + w = 1 \\ y - z + w = 1 \\ z - w = 1 \\ y - w = 1 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan!}$$



$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

- (a) $V = ?$
 (b) $\varphi = ?$
 (c) $\varphi_1 = ?$
 (d) $S_1 = ? (\triangle BQC)$
 (e) $S_2 = ? (\triangle M_1 M_2 M_3)$
 (f) $d_{gh} \min = ?$

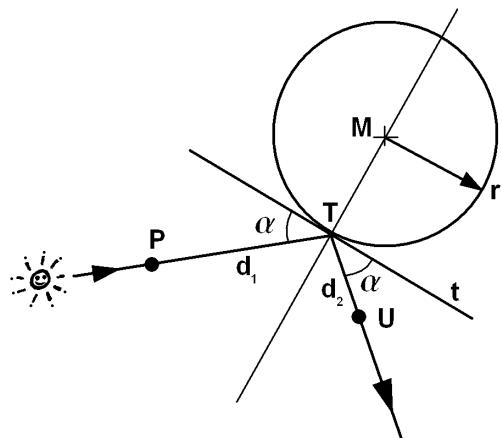


$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad r = 4,$$

$$\overrightarrow{OP_0} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- (a) $P_1 = ?$
 (b) $P_2 = ?$
 (c) $P_3 = ?$
 (d) $Q = ?$
 (e) $R = ?$
 (f) $S = ?$
 (g) $\alpha = ?$

(4)



$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad r = 4,$$

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OU} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$$

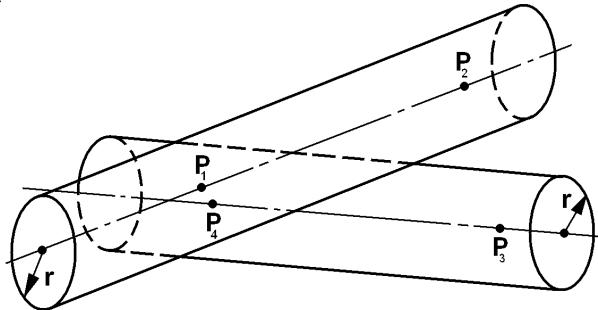
$$(a) \quad T = ?$$

$$(b) \quad \alpha = ?$$

$$(c) \quad d_1 + d_2 = |\overline{PT}| + |\overline{TU}| = ?$$

4.24 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 00/01 3

(1)



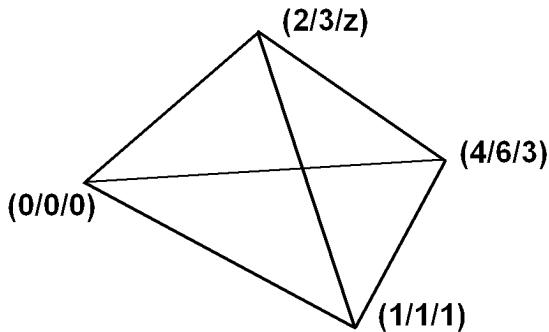
2 Zylinder berühren sich.

• 2 cylindres se touchent.

$$P_1 = P_1(0/0/0), P_2 = P_2(5/5/5), \\ P_3 = P_3(5/7/1), P_4 = P_4(-3, -4, -6)$$

$$r_1 = r_2 = r = ?$$

(2)

Sei • Soit $z > 0$

$$(a) z = 8 \Rightarrow V = ?$$

$$(b) V = 20 \Rightarrow z = ?$$

(3)

$$\begin{vmatrix} x + y + z & = & 1 \\ x + 2y + 3z & = & \alpha \\ x + 4y + \beta z & = & 0 \end{vmatrix}$$

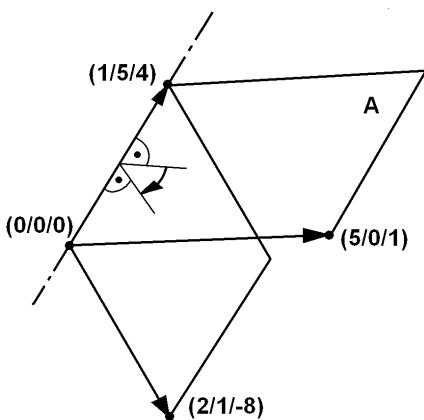
(a) Im Falle dass es keine Lösung gibt:

• Dans le cas où il y n'a pas de solution:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \beta = ?$$

$$(b) \beta = 9, x = 0 \Rightarrow \alpha = ?$$

(4)

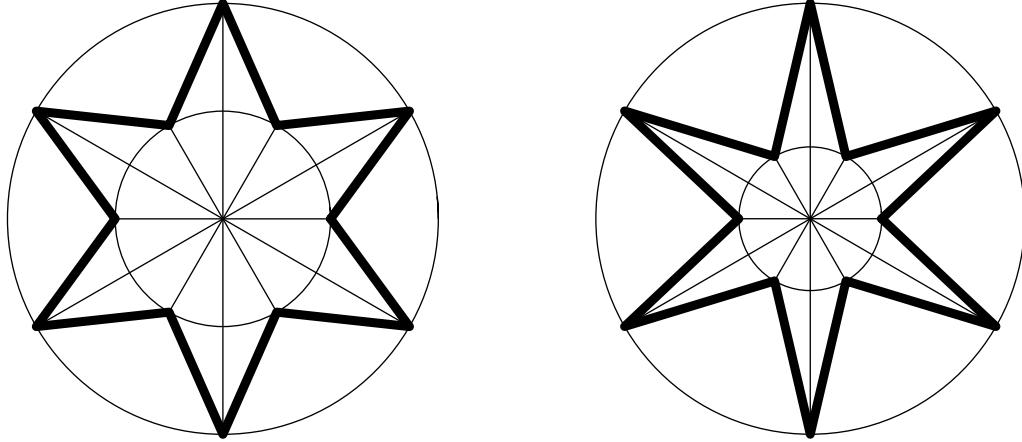


$$(a) A = ?$$

$$(b) \varphi = ?$$

4.25 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 01/02 3

(1)

Berechnung mit Flächenprodukt: • *Calculer à l'aide du 'produit de surface'*:

- (a) Radien: • *Rayons*: $r_1 = 1, r_2 = 2$
 \leadsto Flächeninhalt des Sterns = ? • *Surface de l'étoile* = ?
- (b) Radien: • *Rayons*: $r_1 = a, r_2 = b$
 \leadsto Flächeninhalt des Sterns = ? • *Surface de l'étoile* = ?

(2) Ebene: • *Plan*: $\Phi : 4x - 2y + 5z = 2$ Kugel: • *Sphère* $R = 2, M = M(9, 12, 15)$

- (a) Abstand von M zu Φ = ? (Berechnung) • *Distance de M à Φ* = ? (*Calcul*)
- (b) Abstand von Φ zum nächstgelegenen Punkt auf der Kugel = ? (Berechnung)
• *Distance de Φ jusqu'au point le plus proche sur la Sphère* = ? (*Calcul*)
- (c) Fusspunkt des Lots von M auf Φ = ? (Berechnung)
• *Pied de la perpendiculaire de M sur Φ* = ? (*Calcul*)

$$(3) \begin{vmatrix} 4x - \alpha y & = & 1 \\ 8x + \beta y & = & 1 \end{vmatrix}$$

Cramer:

- (a) $\alpha = 1, \beta = 2, x, y = ?$
- (b) Keine Lösung, • *Pas de solution*,
 $\alpha = 1, \beta = ?$
- (c) Keine Lösung, • *Pas de solution*,
 $\alpha = f(\beta) ?$
 $(\beta = \text{Parameter} \bullet \text{paramètre})$

(4) $P_0 = P_0(-8, 0), T = T(0, 6)$. Von P_0 aus wird die Tangente an einen unbekannten Kreis gefällt, T ist der Tantentialpunkt auf der Kreislinie. Ein weiterer Punkt auf der Kreislinie ist durch $A = A(-4, 0)$ gegeben. Berechne den Kreismittelpunkt.
• $P_0 = P_0(-8, 0), T = T(0, 6)$. De P_0 on tire la tangente à un cercle inconnu. Soit T le

point tangentiel sur la ligne du cercle. Un autre point sur la ligne du cercle soit donné par $A = A(-4, 0)$. Calculer le centre du cercle.

Hinweis: Mache dir eine Skizze. Denke an den Sehnen-Tangentensatz.

• Indication: Faire une éskissse. Rapeller le théorème de la corde et de la tangente.

Viel Glück! • Bonne chance!

4.26 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 02/03 3

- Version française: Voir feuille spéciale.

- (1) Gegeben sind die Punkte $A(8; 9; 10)$ sowie die Ebene $\Phi : 2x - 3y + 4z + 5 = 0$. Fällt man von A aus das Lot auf Φ , so erhält man den Punkt $L \in \Phi$.
 - Berechne den Abstand $|\overline{AL}|$. (Skizze!)
 - Berechne die Koordinaten von L .
 - Berechne $|\overline{OA}|$ sowie $|\overline{OL}|$ und trage die Masse in die Skizze ein.
- (2) $P(3; 4)$ wird um $\alpha = +\frac{\pi}{6}$ um O gedreht $\rightsquigarrow P'$. Dann wird P' an der x -Achse gespiegelt $\rightsquigarrow P''$. Dann wird P'' von O aus durch Streckung so in P''' abgebildet, dass P''' und P dieselbe x -Koordinate haben. (Skizze)
 - Berechne P' und P'' .
 - Berechne P''' .
- (3) Gegeben: $\triangle ABC$, $A(2; 1)$, $B(9; 5)$, $C(4; 8)$. Auf $\frac{1}{3}$ der Strecke \overline{AB} von A aus liegt C' . Auf $\frac{1}{4}$ der Strecke \overline{BC} von B aus liegt A' . $\overline{AA'} \cap \overline{CC'} = Q$. Q liegt ebenfalls auf $\overline{BB'}$, wobei B' auf \overline{CA} liegt.
 - Skizziere die Situation.
 - Berechne das Verhältnis $|\overline{AB'}| : |\overline{B'C}|$.
- (4) Gegeben: Kreis K um $M(3; 2)$ mit Radius $R = 4$. Dazu die Gerade $g : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. $\rightsquigarrow K \cap g = \{T_1, T_2\}$.
 - Skizziere die Situation und berechne T_1 und T_2 .
 - In T_1 und in T_2 werden die Tangenten an den Kreis gezogen $\rightsquigarrow \{t_1, t_2\}$. Berechne $Q = t_1 \cap t_2$.
 - Schreibe die Gleichung für die Polare zum Pol Q auf.

Viel Glück! • Bonne chance!

4.27 Kurztest in Algebra \diamond Körper im Raum \diamond A-B-1 02/03 3a

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

- (1) Gegeben ist eine Ebene Φ durch die drei Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$P_1 = P_1(0/0/6), \quad P_2 = P_2(0/4/0), \quad P_3 = P_3(7/9/-4)$$

Weiter ist durch die Punkte Q_1 und Q_2 die Gerade $g_1 = \overline{Q_1Q_2}$ gegeben. Die Punkte haben die Koordinaten

$$Q_1 = Q_1(0/-4/0), \quad Q_2 = Q_2(0/0/2)$$

Zusätzlich kennt man folgende Punkte:

$$S_2 = (4/0/8), \quad S_3 = (6/6/6), \quad S_4 = (1/3/8)$$

- (a) Bestimme den Schnittpunkt $S_1 = g_1 \cap \Phi$ (Hinweis: Keine komplizierte Lösung....).
- (b) Berechne das Volumen des Körpers mit den Eckpunkten S_1, S_2, S_3, S_4 .
(Falls die Berechnung komplett misslingt, so versuche eine Schätzung.)
- (c) **Zusatzaufgabe:** Berechne noch die Distanz von S_4 zu Φ (Dezimalbruch).

Viel Glück!

Lösungen bitte aufs Blatt:

Name, Klasse:

4.28 Test in Algebra ◇ Teil 3 ◇ A-B-1 03/04 3a

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

- (1) Gegeben ist eine Ebene Φ durch die drei Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$P_1 = P_1(1/1/0), \quad P_2 = P_2(1/0/1), \quad P_3 = P_3(0/1/2)$$

Weiter sind die Geraden $g_1 = \overline{QQ_1}, g_2 = \overline{QQ_2}, g_3 = \overline{QQ_3}$ gegeben. Die Punkte haben die Koordinaten

$$Q = Q(5/4/6), \quad Q_1 = Q_1(-1/1/2), \quad Q_2 = Q_2(1/3/1), \quad Q_3 = Q_3(1/2/4)$$

- (a) Berechne die Schnittpunkte $S_1 = g_1 \cap \Phi, \quad S_2 = g_2 \cap \Phi, \quad S_3 = g_3 \cap \Phi$ (Dezimalbrüche).
- (b) Berechne das Volumen des Körpers mit den Eckpunkten Q, S_1, S_2, S_3 (Dezimalbruch).
- (c) Berechne noch die Distanz von Q zu Φ (Dezimalbruch).

Viel Glück!

Lösungen bitte aufs Blatt:

Name, Klasse:

4.29 Kurztest in Algebra \diamond Körper im Raum \diamond A-B-1 03/04 3b

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

- (1) Gegeben ist eine Ebene Φ durch die drei Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$P_1 = P_1(1/1/0), \quad P_2 = P_2(1/0/1), \quad P_3 = P_3(0/1/2)$$

Weiter sind die Geraden $g_1 = \overline{QQ_1}, g_2 = \overline{QQ_2}, g_3 = \overline{QQ_3}$ gegeben. Die Punkte haben die Koordinaten

$$Q = Q(6/4/5), \quad Q_1 = Q_1(-1/1/2), \quad Q_2 = Q_2(1/3/1), \quad Q_3 = Q_3(3/2/1)$$

- (a) Berechne die Schnittpunkte $S_1 = g_1 \cap \Phi, \quad S_2 = g_2 \cap \Phi, \quad S_3 = g_3 \cap \Phi$ (Dezimalbrüche).
- (b) Berechne das Volumen des Körpers mit den Eckpunkten Q, S_1, S_2, S_3 (Dezimalbruch).
- (c) Berechne noch die Distanz von Q zu Φ (Dezimalbruch).

Viel Glück!

Lösungen bitte aufs Blatt:

Name, Klasse:

4.30 Kurztest in Algebra ◇ Teil 3 ◇ A-B-1 03/04 3c

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

- (1) Gegeben ist eine Ebene Φ durch die drei Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$P_1 = P_1(1/1/0), \quad P_2 = P_2(1/0/1), \quad P_3 = P_3(0/2/1)$$

Weiter sind die Geraden $g_1 = \overline{QQ_1}, g_2 = \overline{QQ_2}, g_3 = \overline{QQ_3}$ gegeben. Die Punkte haben die Koordinaten

$$Q = Q(5/6/6), \quad Q_1 = Q_1(-1/1/2), \quad Q_2 = Q_2(1/3/1), \quad Q_3 = Q_3(1/2/4)$$

- (a) Berechne die Schnittpunkte $S_1 = g_1 \cap \Phi, S_2 = g_2 \cap \Phi, S_3 = g_3 \cap \Phi$ (Dezimalbrüche).
- (b) Berechne das Volumen des Körpers mit den Eckpunkten Q, S_1, S_2, S_3 (Dezimalbruch).
- (c) Berechne noch die Distanz von Q zu Φ (Dezimalbruch).

Viel Glück!

Lösungen bitte aufs Blatt:

Name, Klasse:

4.31 Kurztest in Algebra ◇ Teil 3 ◇ A-B-1 03/04 3d

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

- (1) Gegeben ist eine Ebene Φ durch die drei Punkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$P_1 = P_1(1/1/0), \quad P_2 = P_2(1/0/1), \quad P_3 = P_3(0/2/1)$$

Weiter sind die Geraden $g_1 = \overline{QQ_1}, g_2 = \overline{QQ_2}, g_3 = \overline{QQ_3}$ gegeben. Die Punkte haben die Koordinaten

$$Q = Q(6/5/6), \quad Q_1 = Q_1(-1/1/2), \quad Q_2 = Q_2(1/3/1), \quad Q_3 = Q_3(1/2/4)$$

- (a) Berechne die Schnittpunkte $S_1 = g_1 \cap \Phi, S_2 = g_2 \cap \Phi, S_3 = g_3 \cap \Phi$ (Dezimalbrüche).
- (b) Berechne das Volumen des Körpers mit den Eckpunkten Q, S_1, S_2, S_3 (Dezimalbruch).
- (c) Berechne noch die Distanz von Q zu Φ (Dezimalbruch).

Viel Glück!

Lösungen bitte aufs Blatt:

Name, Klasse:

4.32 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-2 03/04 3

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet! (Die Skizzen gelten als Korrekturhilfen.)

(1) Berechne die Ableitungen und zeige die Herleitung:

- (a) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 4x - 3 \quad \rightsquigarrow f'(x) = ?, \quad f''(x) = ?$
- (b) $f(x) = 5x^4 \cos(10x) \quad \rightsquigarrow f'(x) = ?$
- (c) $f(x) = \frac{5x^4}{3 \cos(x)} \quad \rightsquigarrow f'(x) = ?$
- (d) $f(x) = e^{\sin(x)} - \ln(\tan(x)) \quad \rightsquigarrow f'(x) = ?$

(2) Berechne die Stammfunktion (unbestimmtes Integral):

- (a) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 4x - 3$
- (b) $f(x) = \cos(3x - 8) + 14$
- (c) $f(x) = x \cos(x)$

(3) $f(x) = x(x-1)(x-3)$

- (a) Berechne die Punkte, in denen die Steigung ($\tan(\alpha)$) des Graphen gleich 0.5 ist.
- (b) Berechne die Punkte, in denen die Tangente horizontal verläuft (Extrema).
- (c) Berechne das Symmetriezentrum des Graphen.

(4) Mache aus Verständnisgründen jeweils eine Skizze:

- (a) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 4x - 3 \rightsquigarrow \int_0^2 f(x) dx = ?$
- (b) $\int_0^2 a 2x dx = 16 \rightsquigarrow a = ?$
- (c) $\int_{-\infty}^0 e^{2x} dx = ?$
- (d) $\int_0^1 x^2 dx = \int_0^u x^3 dx \rightsquigarrow u = ?$

Viel Glück!

4.33 Test in Algebra ◇ Teil 3 ◇ A-B-1 04/05 3

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet!

WIR1

(1) Gegeben sind die Vektoren $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Es gilt:

$$\vec{v} = \lambda \vec{v}_1 + \mu \vec{v}_2 \Rightarrow \lambda, \mu = ?$$

(2) \vec{v}_1 und \vec{v}_2 spannen mit O ein Parallelogramm auf. Inhalt $A = ?$

(3) Drehe \vec{v} um $\frac{\pi}{10} \hat{=} 18^\circ$. Berechne den gedrehten Vektor $\vec{u} = D(\vec{v})$.

(4) Sei $\overrightarrow{OP} = \vec{v}$, $\overrightarrow{OP}_1 = \vec{v}_1$, $\overrightarrow{OP}_2 = \vec{v}_2$. Durch P_1 und P_2 geht eine Gerade g .

(a) Bestimme den senkrechten Abstand d von P zu g .

(b) Bestimme einen Normalenvektor zu g , welcher die Länge d hat.

(5) Gegeben sind die Vektoren

$$\overrightarrow{OQ}_1 = \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OQ}_2 = \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OQ}_3 = \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimme $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$.

(b) Bestimme den Flächeninhalt des Parallelogramms, das durch O, \vec{v}_1 und \vec{v}_2 gegeben ist.

(c) Bestimme das Volumen des Spats, der durch O, \vec{v}_1, \vec{v}_2 und \vec{v}_3 gegeben ist.

(d) Bestimme den Abstand von Q_3 von der Ebene Φ , welche durch O, Q_1 und Q_2 gegeben ist.

(e) Entscheide durch Rechnung, ob $Q(4; 2; 3) \in \Phi$ richtig ist.

Viel Glück!

4.34 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 01/02 4

$$(1) \quad \overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_5} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechne das Volumen der Figur P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .

• *Calculer le Volume de la figure P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .*

- (2) Spiegele P_2 an der yz -Ebene, dann an der xz -Ebene, dann an der xy -Ebene. Berechne das Volumen der entstehenden Figur $P_2P'_2P''_2P'''_2$.

• *Réflécter P_2 au plan yz , ensuite au plan xz , ensuite au plan xy . Calculer le volume de la figure obtenue $P_2P'_2P''_2P'''_2$.*

$$(3) \quad \overrightarrow{OP_1} \cdot \vec{x} = \alpha, \quad \overrightarrow{OP_2} \cdot \vec{x} = \beta, \quad \overrightarrow{OP_3} \cdot \vec{x} = \gamma, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Welche Bedingung muss für α gelten, damit $x = z$ gilt?. Gibt es einen Wert für α , für den das System keine Lösung hat?

• *Quelle condition doit être satisfaite pour α de façon que l'équation $x = z$ n'ait pas de solution?. Est-ce qu'il y a une valeur pour α , pour laquelle le système n'a pas de solution?*

- (4) $\overrightarrow{OP_1}$ wird um 15° um die z -Achse in Richtung von $+x$ nach $+y$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. $\overrightarrow{OQ_1}$ wird anschliessend um -22° um die y -Achse in Richtung von $+z$ nach $+x$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Berechne die Distanz zwischen P_1 und S_1 .

• *On pivote $\overrightarrow{OP_1}$ de 15° autour de l'axe z en direction de $+x$ vers $+y$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. Ensuite on pivote $\overrightarrow{OQ_1}$ de -22° autour de l'axe y en direction de $+z$ vers $+x$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Calculer la distance entre P_1 et S_1 .*

4.35 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 01/02 4

$$(1) \quad \overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_5} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechne das Volumen der Figur P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .

• *Calculer le Volume de la figure P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .*

- (2) Spiegele P_2 an der yz -Ebene, dann an der xz -Ebene, dann an der xy -Ebene. Berechne das Volumen der entstehenden Figur $P_2P'_2P''_2P'''_2$.

• *Réflécter P_2 au plan yz , ensuite au plan xz , ensuite au plan xy . Calculer le volume de la figure obtenue $P_2P'_2P''_2P'''_2$.*

$$(3) \quad \overrightarrow{OP_1} \cdot \vec{x} = \alpha, \quad \overrightarrow{OP_2} \cdot \vec{x} = \beta, \quad \overrightarrow{OP_3} \cdot \vec{x} = \gamma, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Welche Bedingung muss für α gelten, damit $x = z$ gilt?. Gibt es einen Wert für α , für den das System keine Lösung hat?

• *Quelle condition doit être satisfaite α pour que l'équation $x = z$ n'ait pas de solution?. Est-ce qu'il y a une valeur pour α , pour laquelle le système n'a pas de solution?*

- (4) $\overrightarrow{OP_1}$ wird um 15° um die z -Achse in Richtung von $+x$ nach $+y$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. $\overrightarrow{OQ_1}$ wird anschliessend um -22° um die y -Achse in Richtung von $+z$ nach $+x$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Berechne die Distanz zwischen P_1 und S_1 .

• *On pivote $\overrightarrow{OP_1}$ de 15° autour de l'axe z en direction de $+x$ vers $+y$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. Ensuite on pivote $\overrightarrow{OQ_1}$ de -22° autour de l'axe y en direction de $+z$ vers $+x$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Calculer la distance entre P_1 et S_1 .*

4.36 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 01/02 4a

(1) $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{OP_5} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

Berechne α , wenn das Volumen der Figur P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 gleich 20 ist.

- *Calculer α , si le Volume de la figure P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 est 20.*

(2) Q erhält man durch Translation von P_2 um $\overrightarrow{OP_3}$. Spiegele Q an der yz -Ebene ($\rightsquigarrow Q'$), Q' dann an der xz -Ebene ($\rightsquigarrow Q''$), Q'' dann an der xy -Ebene ($\rightsquigarrow Q'''$). Berechne das Volumen der entstehenden Figur $QQ'Q''Q'''$.

- *On obtient Q par translation de P_2 par $\overrightarrow{OP_3}$. Réflécter Q au plan yz ($\rightsquigarrow Q'$), Q' ensuite au plan xz ($\rightsquigarrow Q''$), Q'' ensuite au plan xy ($\rightsquigarrow Q'''$). Calculer le volume de la figure obtenue $QQ'Q''Q'''$.*

(3) $\overrightarrow{OP_1} \cdot \vec{x} = \beta, \quad \overrightarrow{OP_2} \cdot \vec{x} = \gamma, \quad \overrightarrow{OP_3} \cdot \vec{x} = \delta, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Welche Bedingung muss für β gelten, damit $x = z$ gilt?. Gibt es einen Wert für β , für den das System keine Lösung hat?

- *Quelle condition doit être satisfaite pour β de façon que l'équation $x = z$ n'ait pas de solution? Est-ce qu'il y a une valeur pour β , pour laquelle le système n'a pas de solution?*

(4) $\overrightarrow{OP_3}$ wird um 20° um die z -Achse in Richtung von $+y$ nach $+x$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. $\overrightarrow{OQ_1}$ wird anschliessend um 40° um die y -Achse in Richtung von $+z$ nach $+x$ gedreht $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Berechne die Distanz zwischen P_3 und S_1 .

- *On pivote $\overrightarrow{OP_3}$ de 20° autour de l'axe z en direction de $+y$ vers $+x$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OQ_1}$. Ensuite on pivote $\overrightarrow{OQ_1}$ de 40° autour de l'axe y en direction de $+z$ vers $+x$ $\rightsquigarrow \overrightarrow{OS_1}$. Calculer la distance entre P_3 et S_1 .*

4.37 Test in AlgGeo ◇ Examen en AlgGéo ◇ A-B-1 02/03 4

- Version française: Voir feuille spéciale.

(1) Gegeben sind die Punkte $A(5; 4)$ sowie $B(6; 7)$. A wird in positiver Richtung um O so gedreht, dass der Bildpunkt A' auf die positive y -Achse zu liegen kommt.

- Berechne den Drehwinkel φ numerisch im Bogenmass. (Skizze!)
- Berechne den Bildpunkt B' von B .

Verwende zur Berechnung wo möglich komplexe Zahlen.

(2) P, Q und O bilden eine Ebene Φ . Dabei ist \overrightarrow{OP} gegeben durch $P(3; 4; 1)$, \overrightarrow{OQ} ist gegeben durch $Q(4; 5; 6)$. (Skizze!)

- Berechne einen Vektor $\overrightarrow{OH} \perp \Phi$ der Länge 1 mit nicht negativer x -Koordinate.
- Sei $\vec{v} = \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OH}$. Berechne dazu den Vektor zum an Φ gespiegelten Punkt S' .

(3) Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- Berechne den Volumeninhalt des Spates, der von \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} bestimmt ist.
- Durch $\vec{v}(t) = \vec{a} \cdot t$ und $\vec{w}(s) = \vec{b} \cdot s + \vec{c}$ sind zwei Geraden g_1 und g_2 definiert. Berechne ihren kürzesten Abstand.
- Löse das Gleichungssystem $\vec{a} \cdot \vec{x} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{x} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{x} = 3$ mit Hilfe von Determinanten. Zeige die Berechnung.

(4) Freiwillig:

Gegeben sei ein beliebiger Kreis K . Auf dem Kreisrand liegen vier beliebig verteilte und paarweise verschiedene Punkte A, B, C, D . Das dadurch definierte Sehnenviereck hat dann die Seiten a, b, c, d und die Diagonalen $e = \overline{AC}$ sowie $f = \overline{BD}$, welche sich in Q schneiden. Mache eine Skizze.

- Zeige in der Figur Winkel, die dem Satz vom Zentri- und Peripheriewinkel genügen.
- Auf f wird ein Punkt E derart eingetragen, dass für die Winkel gilt: $\angle(ECB) = \angle(DCA)$. Suche jetzt anhand sich zeigender ähnlicher Dreiecke die Gleichung von Ptolemaios herzuleiten:

$$a \cdot c + b \cdot d = e \cdot f$$

Nenne die dabei verwendeten Dreiecke.

Viel Glück! • Bonne chance!

WIR

4.38 Lösungen ◇ Lines pour solutions

Die Lösungen werden bei Gelegenheit integriert, wenn der Autor dafür Zeit haben wird. • *Les solutions seront ajoutées prochainement à l'occasion, si l'auteur aura le temps.*

Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

(Schema) • (Schéma)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>

(Mathematica-Quellencode) • (Code de source en Mathematica)

Ende • *Fin*