

Probl. 1 Polynomkurven durch gegebene Punkte, Werkzeug

Gegeben sei die Funktion $f(x)$. Wir teilen das Intervall $[x_1, x_2]$ in k gleichlange Teilintervalle ein. Berechne die Polynomkurve von minimalem Grad, die durch die Teilpunkten $(x_i, f(x_i))$ geht. Messe den maximalen vertikalen Fehler $\|f(x) - p(x)\|$ (Runge-Effekt). Beschreibe die Beobachtungen. Erstelle ein *Mathematica*-Programm zur Darstellung der Punkte und der Funktionen $f(x)$ und $p(x)$.

- **Courbes polynomiales qui passent par des points donnés, outil**

- *Soit donnée une fonction $f(x)$. On partage $[x_1, x_2]$ dans k intervalles partielles de la même longueur. Calculer la courbe polynomiale de degré minimal qui traverse les points $(x_i, f(x_i))$. Mesurer les erreurs $\|f(x) - p(x)\|$ (Effet de Runge). Décrire les observations. Ecrire un programme de Mathematica pour dessiner les graphiques des points et des fonctions $f(x)$ et $p(x)$.*

Probl. 2 Polynomkurven durch gegebene Punkte, Anwendung

Zeichne mit dem Programm:

- **Courbes polynomiales qui passent par des points donnés, application**

- *Dessiner à l'aide du programme:*

- (a) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 1)$
- (b) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 2)$
- (c) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 3)$
- (d) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 4)$
- (e) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 5)$
- (f) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); 0; \pi; 10)$
- (g) $(f(x); x_1; x_2; k) = (e^{-x^2}; -2.5; 2.5; 11)$
- (h) $(f(x); x_1; x_2; k) = (e^{-x^2}; -2.5; 2.5; 6)$
- (i) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); -2.5; 2.5; 10)$
- (j) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); -10; 10; 10)$
- (k) $(f(x); x_1; x_2; k) = (e^{-x^4+x+1}; -2.5; 2.5; 11)$
- (l) $(f(x); x_1; x_2; k) = (e^{-x^4+x+1}; -20; 20; 11)$
- (m) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\frac{1}{x^2+1}; -5; 5; 11)$
- (n) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\frac{1}{x^2+1}; -5; 5; k), \quad k \in \{1, \dots, 11\} \rightsquigarrow \text{Animate!}$

(o) Fertige einen Plot von: • *Faire une esquisse de $\frac{d^{12}}{dx^{12}} \frac{1}{x^2+1}, \quad x \in [-2.5, 2.5]$*

(p) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); -10; 10; 10)$

(q) $(f(x); x_1; x_2; k) = (\sin(x); -10; 10; 12)$