

Probl. 1 Splinekurven durch gegebene Punkte, Werkzeug • Courbes composée de splines qui passent par des points donnés, outil

Gegeben sind die folgenden Punkte:

- Courbes composée de splines qui passent par des points donnés, outil
- Soient donnés les points suivants:

$$P_1 = (1; 2); P_2 = (2; 3); P_3 = (3; 0); P_4 = (4; 2)$$

Wir schätzen die Kurvensteigung in den Endpunkten P_1 und P_4 , indem durch den gegebenen Punkt und die beiden Nachbarpunkte eine Parabel legen, die Koeffizienten berechnen und die Steigung der Parabel übernehmen. Im Innern nehmen wir als Kurvensteigung in einem Punkt die Sehnensteigung, die durch die beiden Nachbarpunkte gegeben ist. Schreibe ein Programm für *Mathematica*, das aus diesen Angaben die Splines berechnet und zeichnet.

- *Nous estimons dans les points extrêmes P_1 et P_4 la pente de la courbe en mettant une parabole qui passe par le point donné et les deux points voisins. Nous pouvons calculer les coefficients de la parabole et prendre la montée de la parabole comme montée de la courbe dans ces points extrêmes. Dans les points à l'intérieur, nous prenons la montée de la corde, donnée par les deux points voisins, comme la montée de la courbe dans le point considéré. Écrire un programme de Mathematica qui calcule les splines à partir des informations données et qui dessine la courbe obtenue.*

Probl. 2 Zeichne mit dem Programm: • Dessiner à l'aide du programme:

- (a) Gleiche Aufgabe wie bei Problem 1, aber mit $f(x) = \sin(x)$, $[x_1, x_2] = [0, 20]$ und $n = 40$, gleich grosse Teilintervalle.
- *Même problème que problème 1, mais avec $f(x) = \sin(x)$, $[x_1, x_2] = [0, 20]$ et $n = 40$, intervalles partiels de même longueur.*

$$(f(x); x_1; x_2; n) = (\sin(x); 0; 20; 40)$$

(b) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 3)$

(c) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 4)$

(d) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 5)$

(e) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 6)$

(f) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 7)$

(g) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 10)$

(h) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 20)$

(i) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 40)$

(j) $(f(x); x_1; x_2; n) = (\cos(x); 0; 10; 80)$

Probl. 3 Bezier-Kurven: • Courbes de Bezier:

Geg.: • **Donné:** $Q_1 = (1; 2), Q_2 = (3; 8), Q_3 = (7; 9), Q_4 = (10; 0)$

Suche eine Polynom-Vektorkurve, die durch Q_1 und Q_4 geht und in Q_1 die Gerade $\overline{Q_1Q_2}$ als Tangente sowie in Q_4 die Gerade $\overline{Q_3Q_4}$ als Tangente hat. Dabei sei $Q_{k,k+1}$ der Mittelpunkt von $\overline{Q_kQ_{k+1}}$, $Q_{k-1,k,k+1}$ der Mittelpunkt von $\overline{Q_{k-1,k}Q_{k,k+1}}$ und $Q_{1,2,3,4}$ der Mittelpunkt von $\overline{Q_{1,2,3}Q_{2,3,4}}$. Konstruiere die Kurve so, dass sie durch $Q_{1,2,3,4}$ geht und dort $\overline{Q_{1,2,3}Q_{2,3,4}}$ Tangente ist. Probiere erst einfachere Varianten aus.

• *Chercher une courbe polynomiale et vectorielle qui passe par Q_1 et Q_4 et qui a dans Q_1 la droite $\overline{Q_1Q_2}$ comme tangente ainsi que dans Q_4 la droite $\overline{Q_3Q_4}$ comme tangente. Soit $Q_{k,k+1}$ le centre de $\overline{Q_kQ_{k+1}}$, $Q_{k-1,k,k+1}$ le centre de $\overline{Q_{k-1,k}Q_{k,k+1}}$ et $Q_{1,2,3,4}$ le centre de $\overline{Q_{1,2,3}Q_{2,3,4}}$. Construire la courbe de manière qu'elle traverse $Q_{1,2,3,4}$ et que $\overline{Q_{1,2,3}Q_{2,3,4}}$ y soit la tangente. Essayer d'abord différentes variantes plus simples.*

Probl. 4 Animation: • Animation:

Selbe Aufgabe wie bei Problem 3, mit dem Unterschied $Q_2 = (3 + \frac{n}{5}; 8 + \frac{n^2}{10})$, $n \in \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$. Animiere den Output. Beachte, dass der Grad der Kurve bestehen bleibt, wenn ein Punkt wandert.

• *Même problème comme problème 3, avec la seule différence $Q_2 = (3 + \frac{n}{5}; 8 + \frac{n^2}{10})$, $n \in \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$. Animer l'output. Considérer que le degré de la courbe reste le même, aussi si un des points est déplacé.*