

Übungen und Selbststudium in Mathematik

◇ A2 05 ◇

Stoffgruppe 4: Regeln für die Steigungen von Kurventangenten

Die Steigung einer Kurventangente in einem Kurvenpunkt $P(x, y)$ bezeichnen wir mit f' . $f'(x)$ ist eine Funktion von x . Für solche Funktionen gelten Regeln. Nachfolgend sind die wichtigsten davon aufgelistet:

Probl. 1 $f(x) = c = \text{const.} \Rightarrow f'(x) = 0$
(Ableitung einer Konstanten)

Probl. 2 $f(x) = c^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
(Ableitung einer Potenz)

Probl. 3 $f(x) = a \cdot g(x) + b \cdot h(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x) + b \cdot h'(x)$
(Linearität)

Probl. 4 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$
 $\Rightarrow f'(x) = a_n n x^{n-1} + a_{n-1} (n-1) x^{n-2} + a_2 x x + a_1$
(Ableitung eines Polynoms)

Probl. 5 $f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$

Probl. 6 $f(x) = \cos(x) \Rightarrow f'(x) = \sin(x)$

Probl. 7 $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

Probl. 8 $f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

Probl. 9 $f(x) = g(x) \cdot h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$
(Produktregel)

Probl. 10 $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$
(Quotientenregel)

Probl. 11 $f(x) = g(h(x)) := g(z), z = h(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{d g(z)}{d z} \cdot \frac{d h(x)}{d x} = \frac{d g(z)}{d z} \Big|_{z=h(x)} \cdot \frac{d h(x)}{d x}$
(Kettenregel)

Probl. 12 $f(f^{-1}(x)) = f(y) \Rightarrow (f^{-1}(x))' = \left(\frac{1}{f'(y)} \right) \Big|_{y=f^{-1}(x)}$
(Ableitung der Umkehrfunktion)

Einige Beispiele sind in der Lektion gemacht worden. Andere finden sich in grosser Zahl in der Literatur über Differentialrechnung.

Möglichkeiten:

↔

Möglichkeiten für kostenlose Literatur:

Beispiel 1: Differentialrechnung im Wikipedia
<http://de.wikipedia.org/wiki/Differentialrechnung>

Beispiel 2: Differentialrechnung in mathe-online
<http://www.mathe-online.at/mathint/anwdiff/i.html>
<http://www.mathe-online.at/mathint/diff1/i.html>