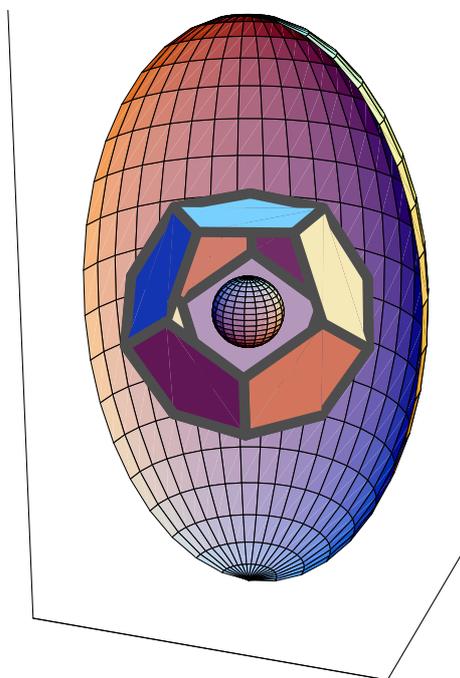


Script \diamond Math \diamond Ing
 \diamond Grundschrirte in den Zoo der Funktionen
 \diamond
für Ingenieure und Architekten



von

Rolf Wirz

Ehemals Ingenieurschule Biel // Neu: BFH, TI-AHB

Ausgabe vom 10. Oktober 2008, V. 1.1.5 / d

Hinweis: Die nachfolgenden Graphen sind mit *Mathematica* produziert worden.

Wenn neue Methoden, neue Geräte oder neue Software auf dem Markt erscheinen, welche die Produktion verbilligen, beschleunigen oder die Qualität der Produkte erhöhen - und man weigert sich dann die neuen Methoden zu erlernen, die neuen Geräte zu benutzen oder die Software anzuschaffen, so macht einem die Konkurrenz vor, was dann passiert.

Es gibt drei Möglichkeiten zu lernen: Erstens durch den Gebrauch des Verstandes. Das ist anstrengend. Zweitens durch Nachahmung. Das ist manchmal einfach oder billig, fördert aber die eigenen Fähigkeiten kaum. Drittens durch Erfahrung. Das ist oft die bitterste Art.

(Nach Konfuzius)

Adresse des Autors un Burgdorf:

Rolf W. Wirz-Depierre
Prof. für Math.
Berner Fachhochschule AHB/TI Burgdorf
Pestalozzistrasse 20
3400 Burgdorf/BE
034 426 42 30

(Alt: Ingenieurschule Biel (ex. HTL), Ingenieurschule des Kt. Bern, Fachhochschule ab 1997, ex. HTA-Biel, ex. HTI)

Inhaltsverzeichnis

1	Schritte in den Zoo der Funktionen	3
1.1	Plots von einfachen Funktionenserien mit Parameter	3
1.1.1	Lineare Funktionen	3
1.1.2	Quadratische Funktionen	5
1.1.3	Potenzfunktionen mit positiven Exponenten	8
1.1.4	Polynomfunktionen höheren Grades	9
1.1.5	Potenzfunktionen mit negativen Exponenten	12
1.1.6	Arithmetische Zusammensetzung von Potenzfunktionen	13
1.1.7	Trigonometrische Funktionen	14
1.1.8	Arcusfunktionen	17
1.1.9	Exponentialfunktionen	20
1.1.10	Logarithmusfunktionen	21
1.1.11	Zusammensetzungen mit trigonometrischen Funktionen	22
1.1.12	Zusammensetzungen mit der Signum- und der Gauss-Klammer-Funktion	23
1.1.13	Zusammensetzungen mit Arcusfunktionen	29
1.2	Übungen und Selbststudium nach Anleitung des Dozenten	30

Kapitel 1

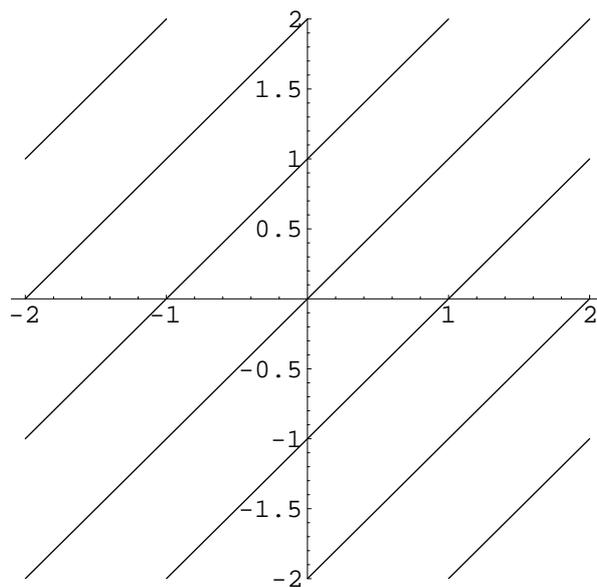
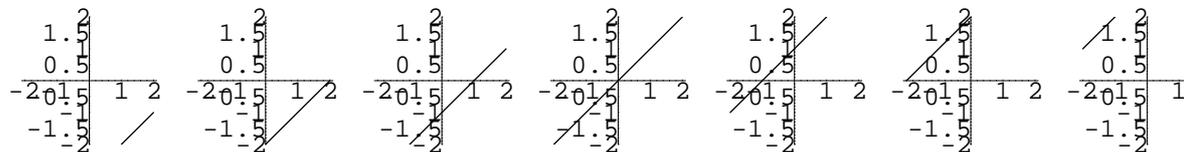
Schritte in den Zoo der Funktionen

1.1 Plots von einfachen Funktionenserien mit Parameter

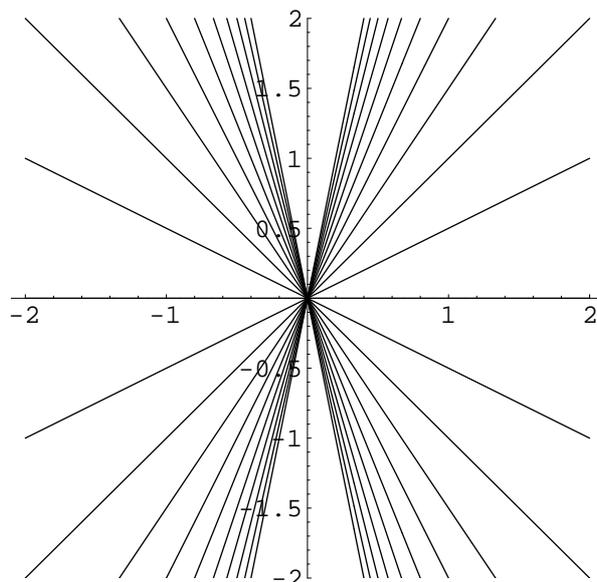
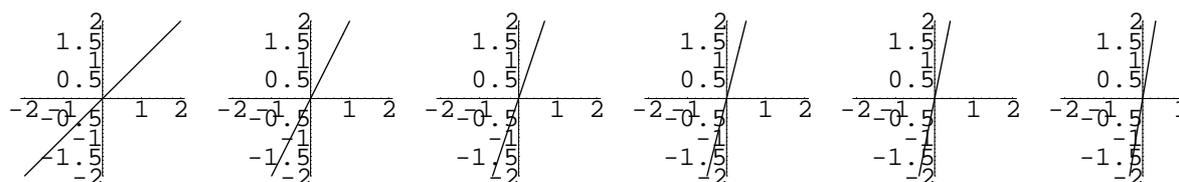
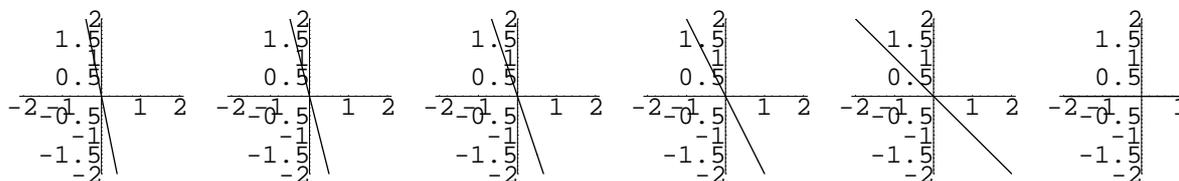
Verwendung: Übungen und Selbststudium in Mathematik

1.1.1 Lineare Funktionen

Funktion: $f(x) = x + b$, $b = -3, -2, \dots, 3$

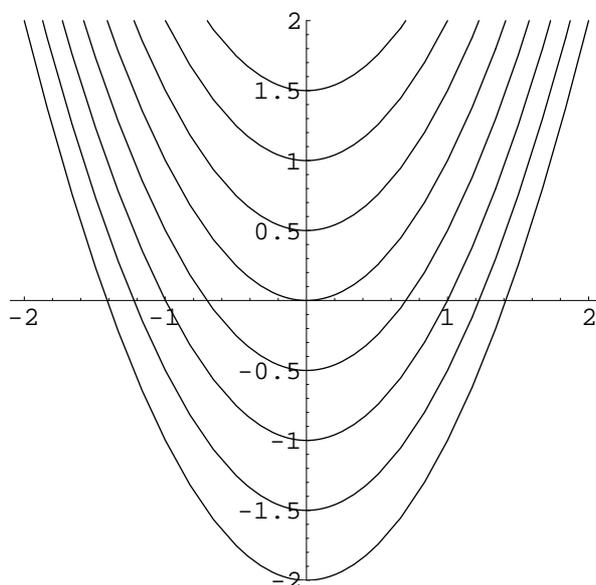
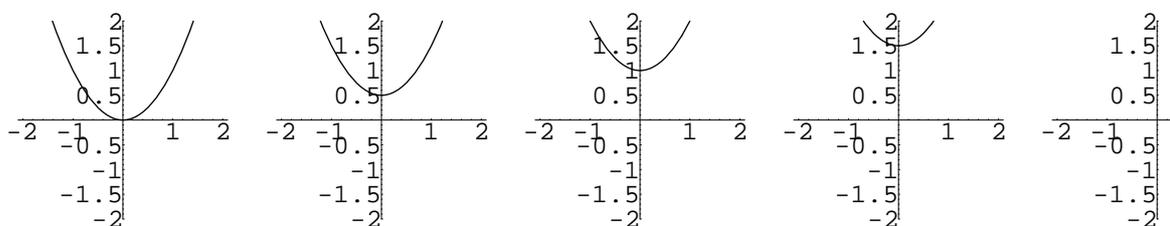
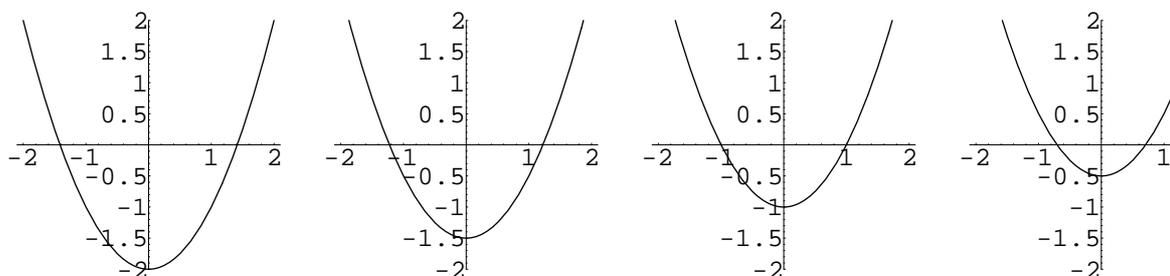


Funktion: $f(x) = ax$, $a = -5, \dots, 5$

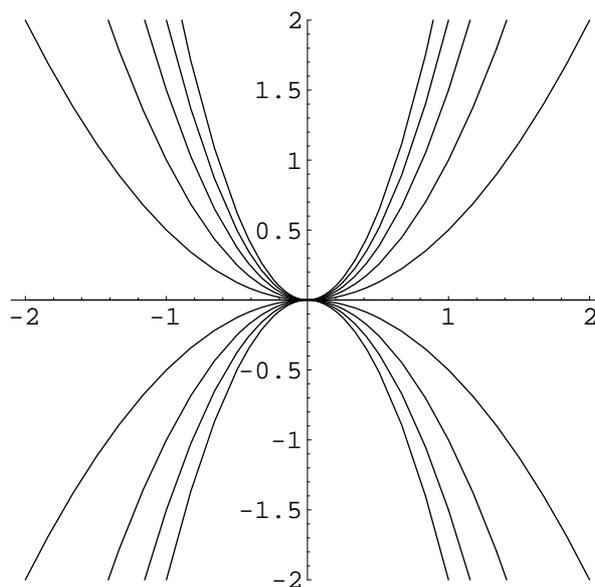
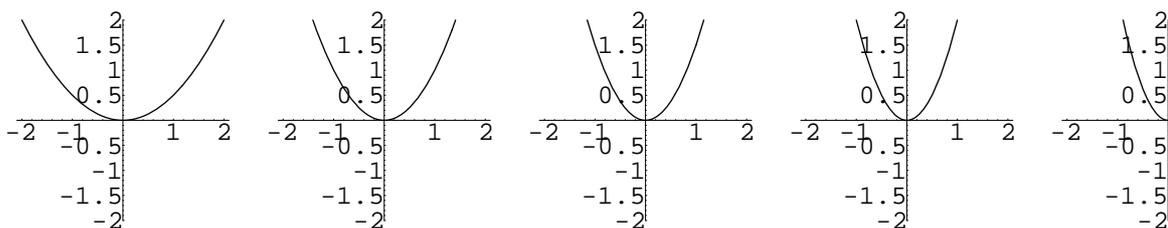
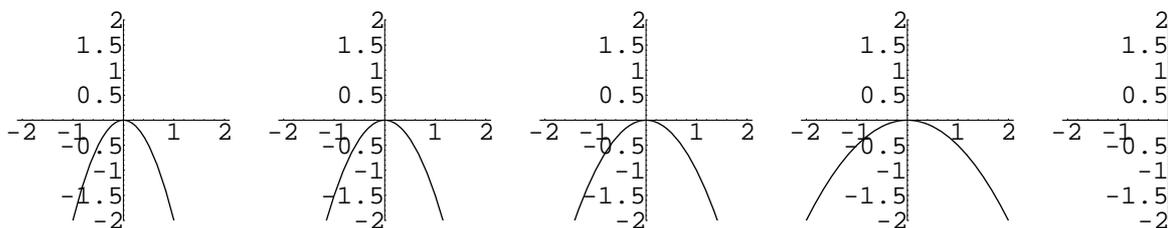


1.1.2 Quadratische Funktionen

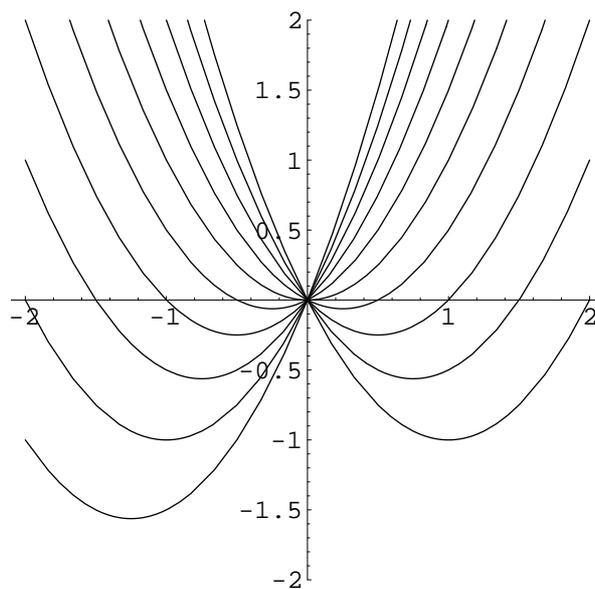
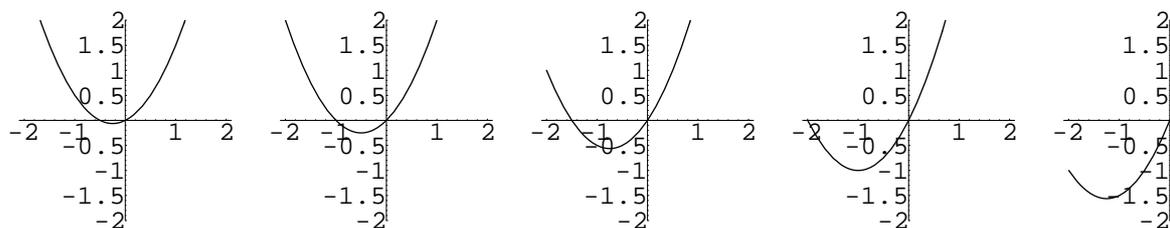
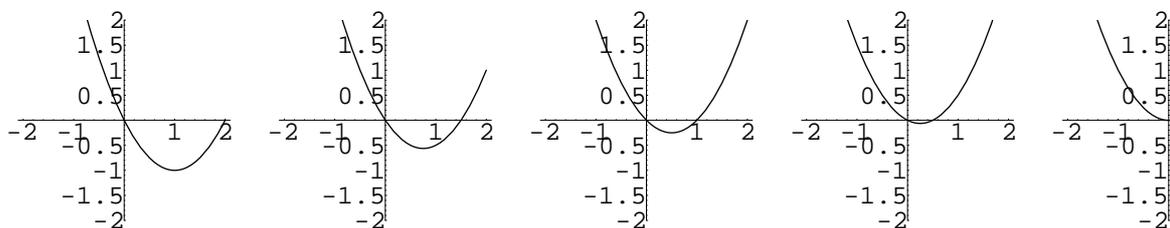
Funktion: $f(x) = x^2 + c$, $c = -2, \dots, 2$



Funktion: $f(x) = ax^2$, $a = -5, \dots, 5$

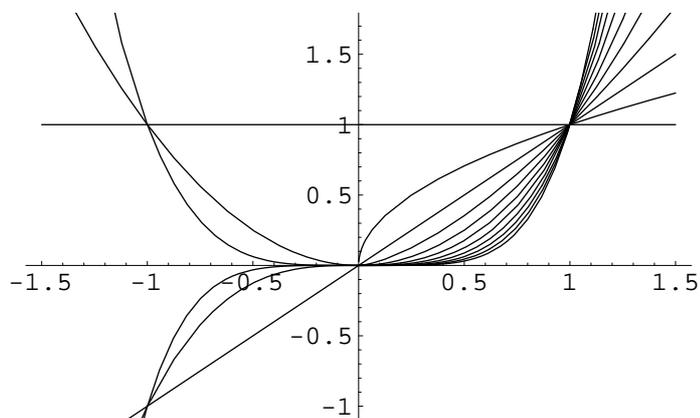
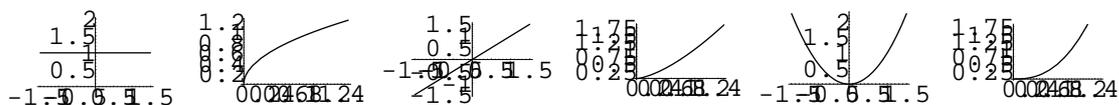
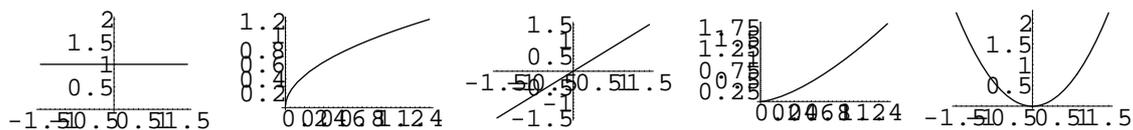


Funktion: $f(x) = x^2 + bx$, $b = -2, \dots, 2$



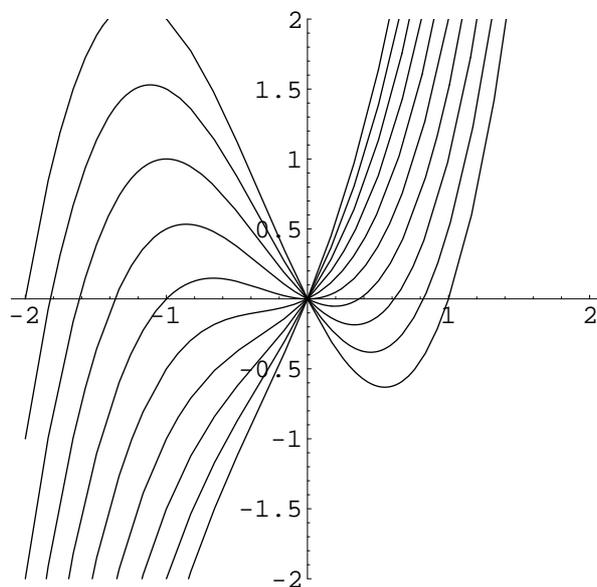
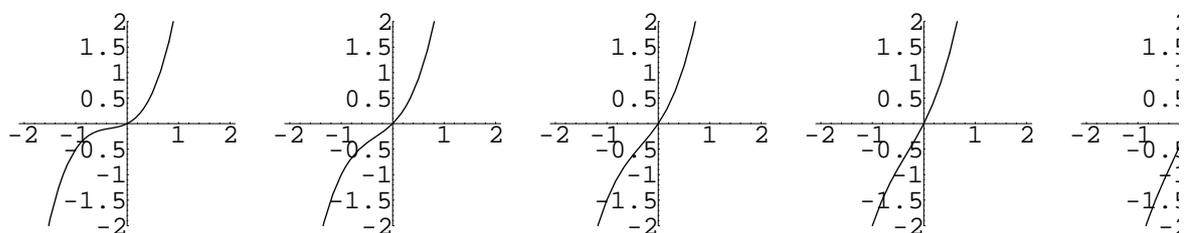
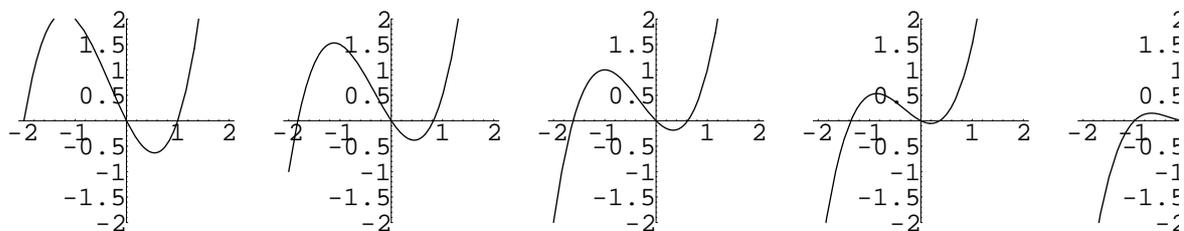
1.1.3 Potenzfunktionen mit positiven Exponenten

Funktion: $f(x) = x^n$, $n = \frac{1}{2}, \dots, 2.5$

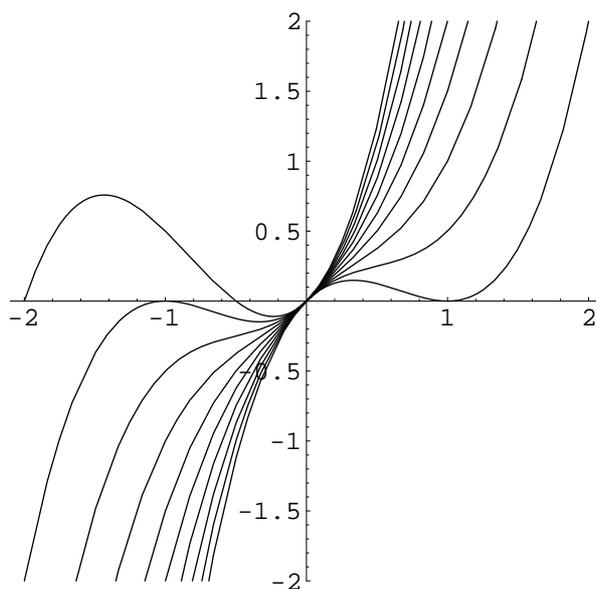
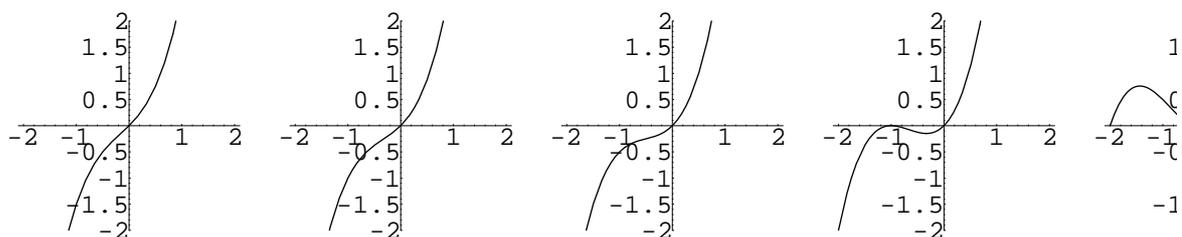
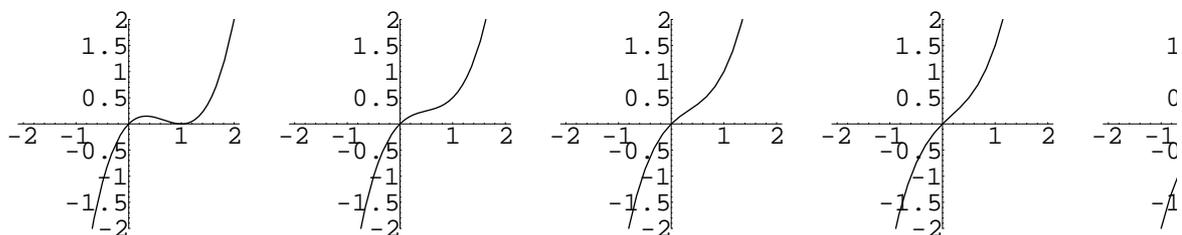


1.1.4 Polynomfunktionen höheren Grades

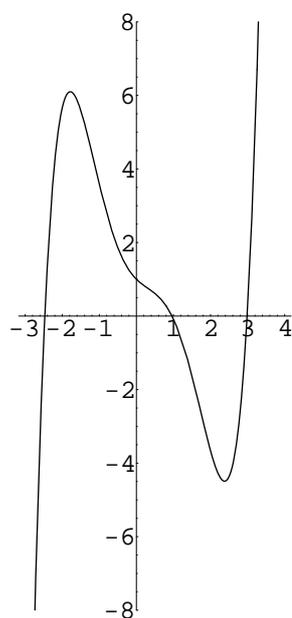
Funktion: $f(x) = x^3 + x^2 + cx$, $c = -2, \dots, 2$



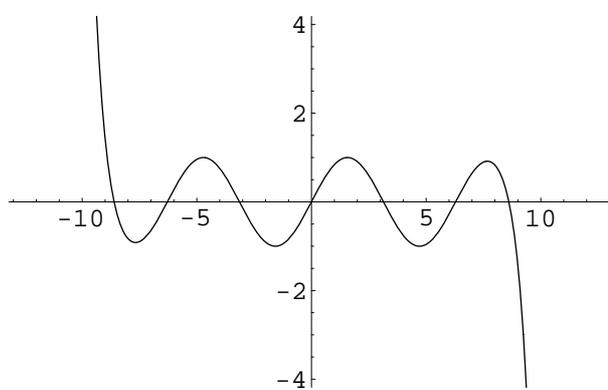
Funktion: $f(x) = x^3 + b x^2 + x$, $b = -2, \dots, 2$



Funktion: $f(x) = \frac{1}{6}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

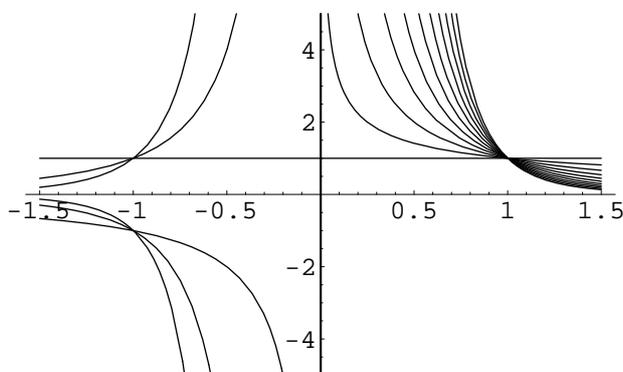
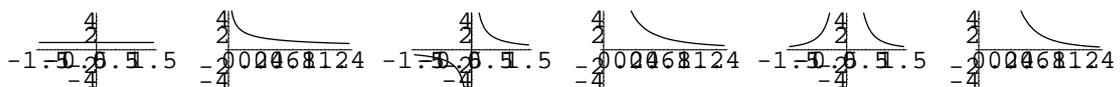
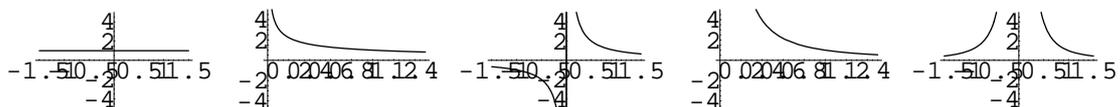


Funktion: $f(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7 + \frac{1}{362880}x^9$



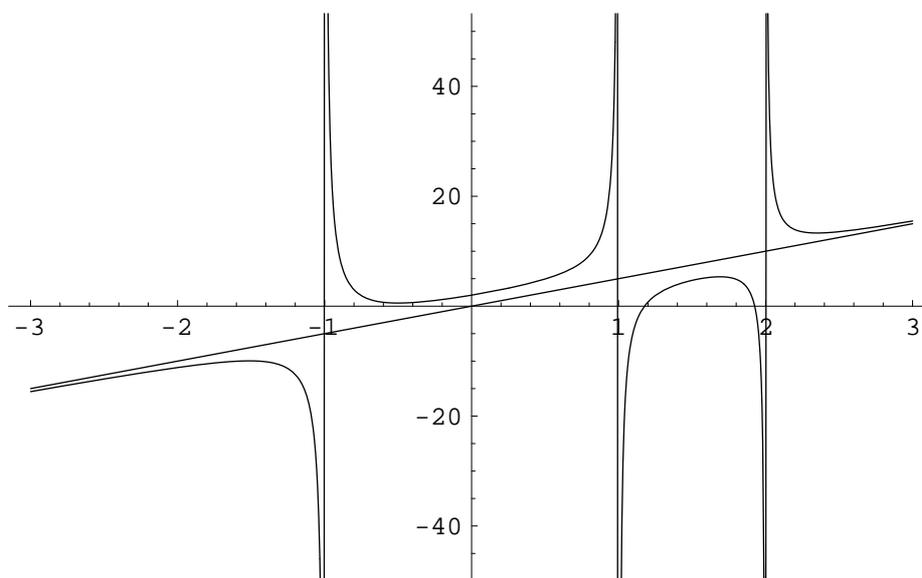
1.1.5 Potenzfunktionen mit negativen Exponenten

Funktion: $f(x) = x^{-n}$, $n = \frac{1}{2}, \dots, 2.5$



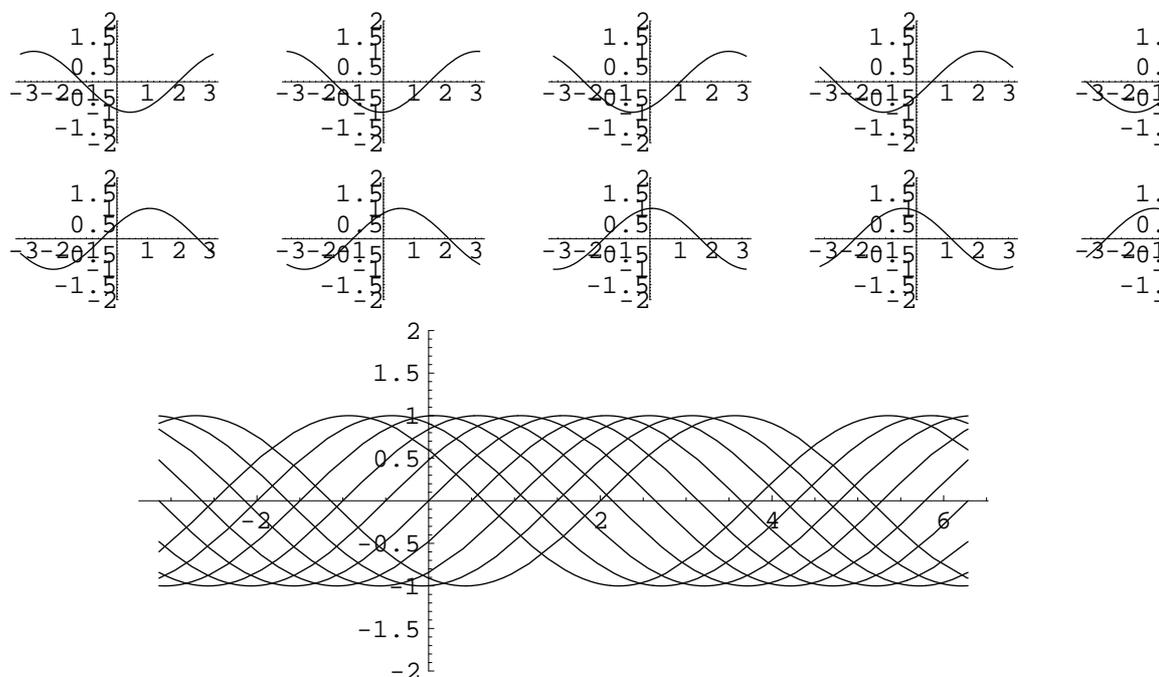
1.1.6 Arithmetische Zusammensetzung von Potenzfunktionen

Funktion: $f(x) = 5x + \frac{x^2 - 3x + 4}{(x-2)(x-1)(x+1)}$

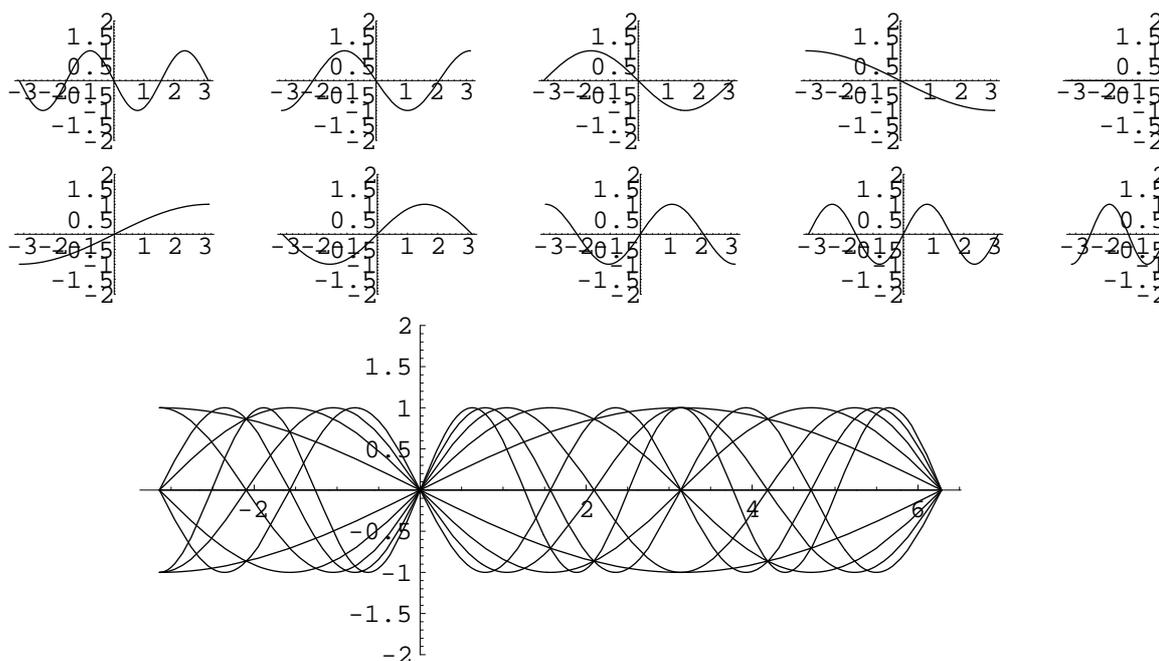


1.1.7 Trigonometrische Funktionen

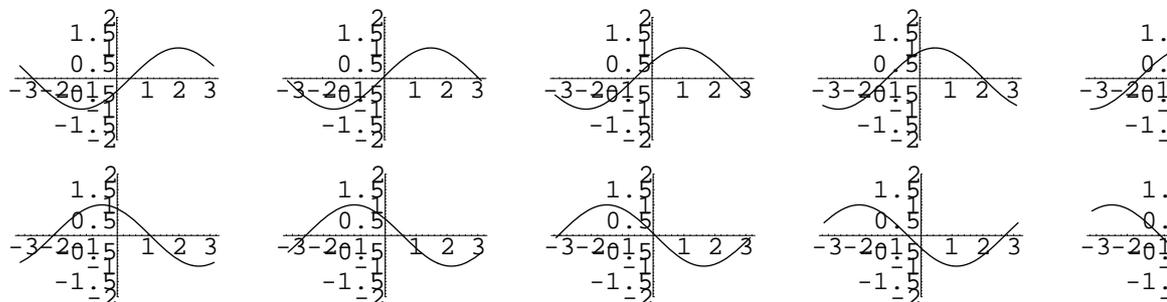
Funktion: $f(x) = \sin(x + b)$, $b = -2, \dots, 2.5$



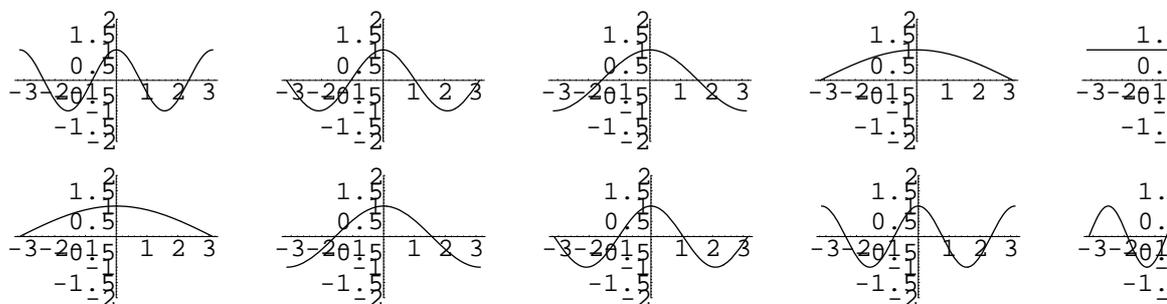
Funktion: $f(x) = \sin(ax)$, $a = -2, \dots, 2.5$



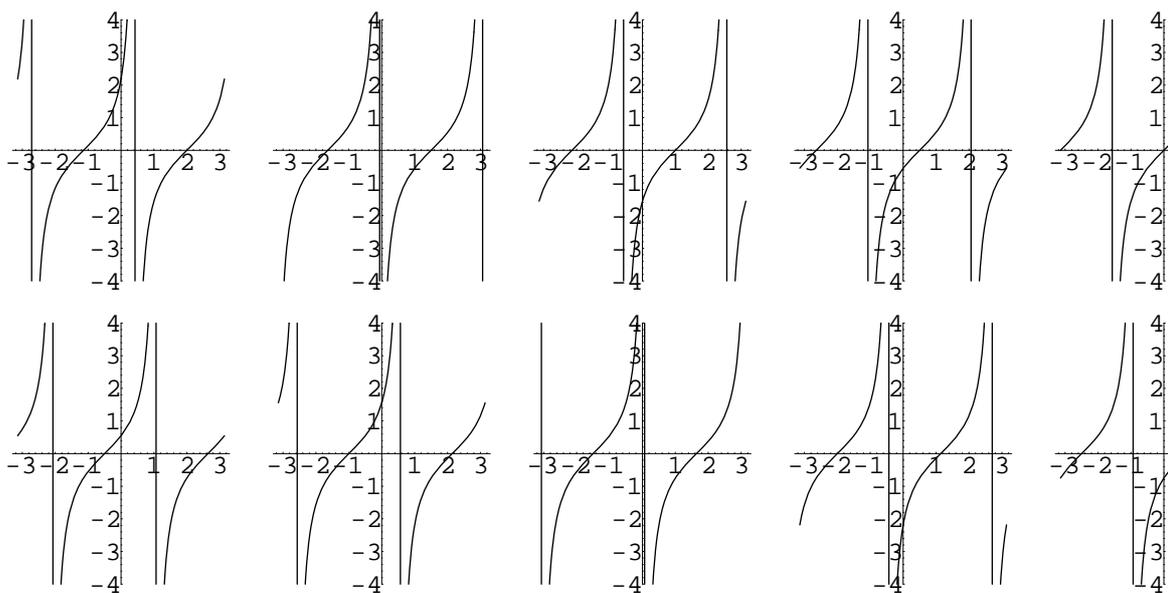
Funktion: $f(x) = \cos(x + b)$, $b = -2, \dots, 2.5$



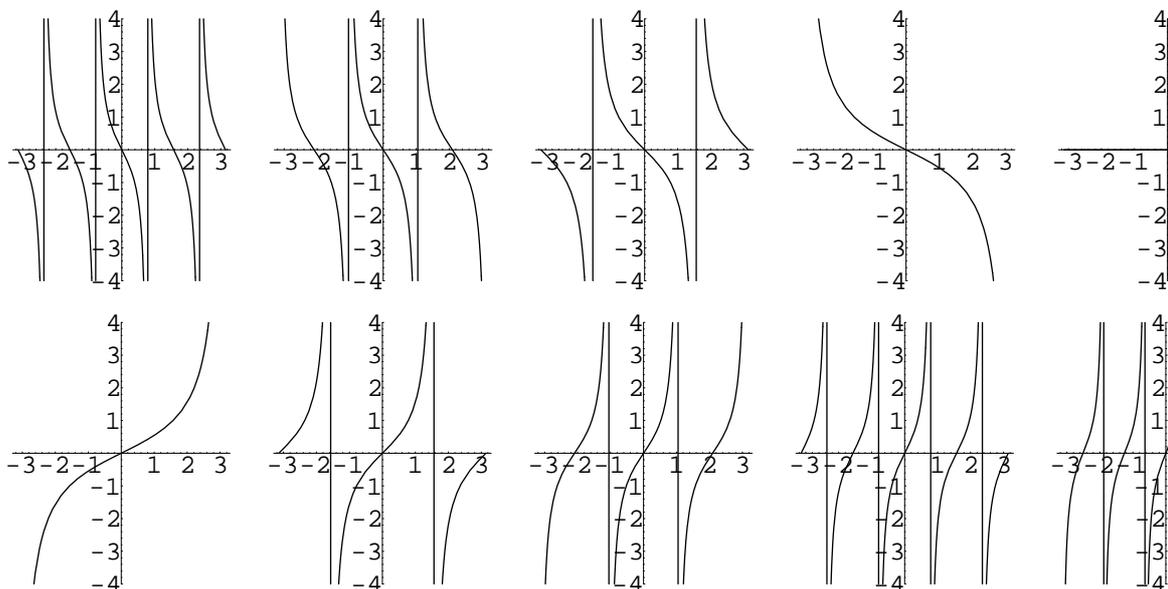
Funktion: $f(x) = \cos(ax)$, $a = -2, \dots, 2.5$



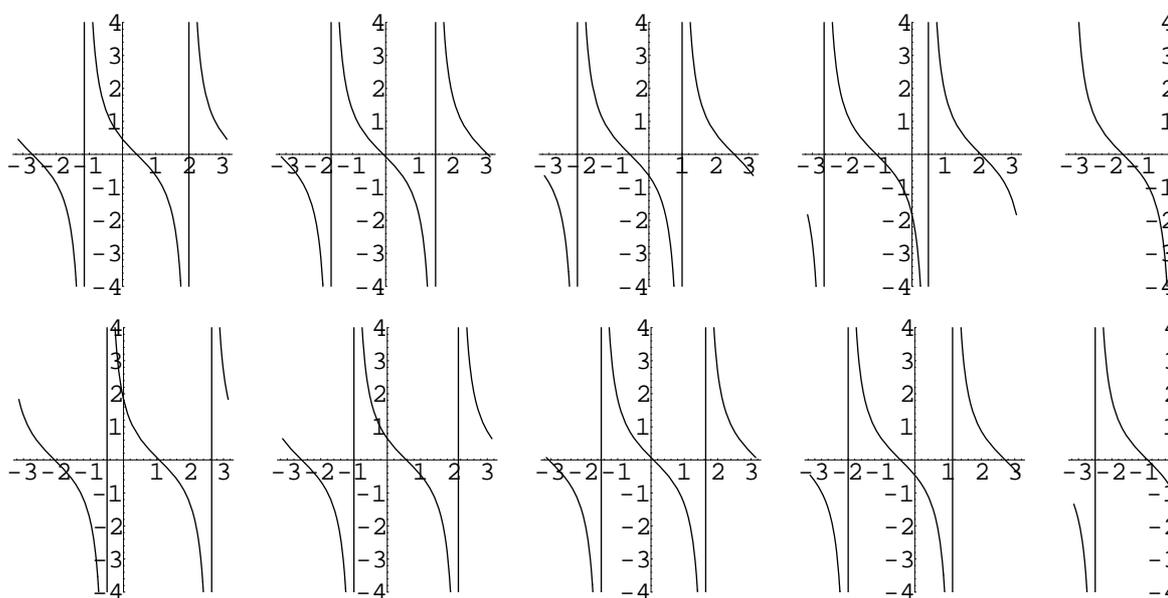
Funktion: $f(x) = \tan(x + b)$, $b = -2, \dots, 2.5$



Funktion: $f(x) = \tan(ax)$, $a = -2, \dots, 2.5$

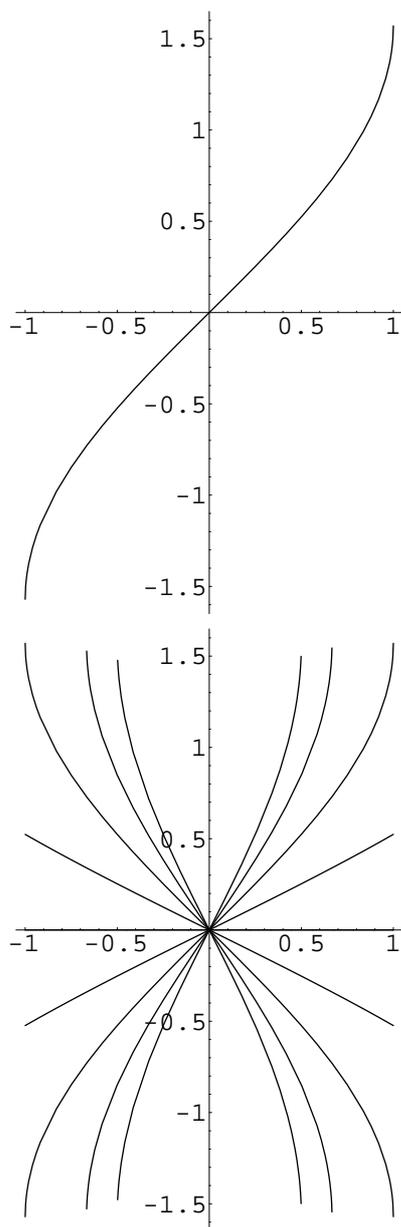


Funktion: $f(x) = \cot(x + b)$, $b = -2, \dots, 2.5$

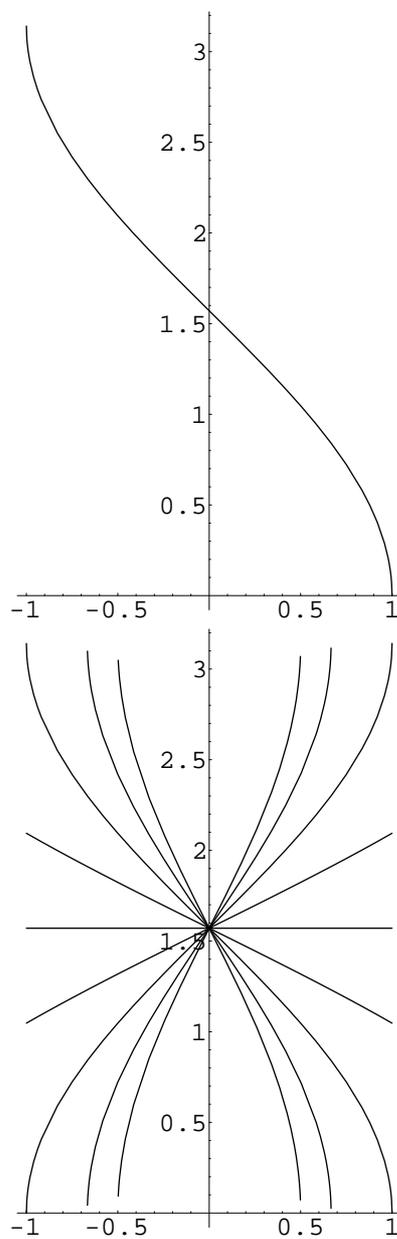


1.1.8 Arcusfunktionen

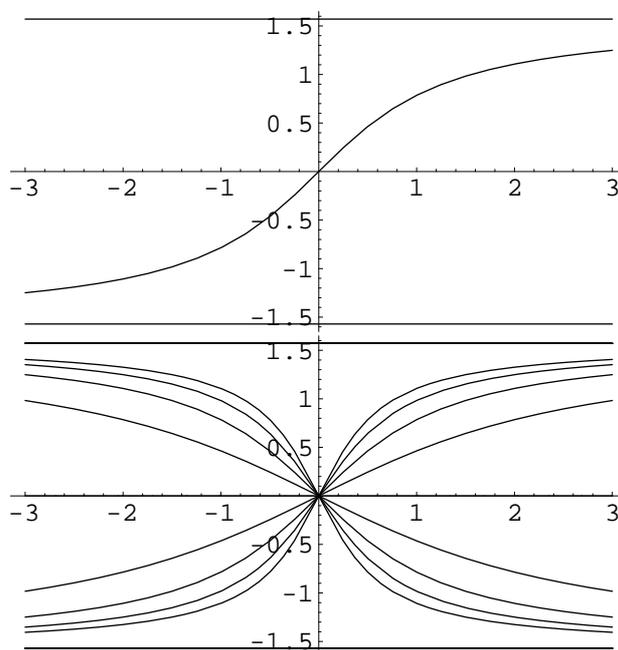
Funktion: $f(x) = \arcsin(ax)$, $a = -2, \dots, 2$



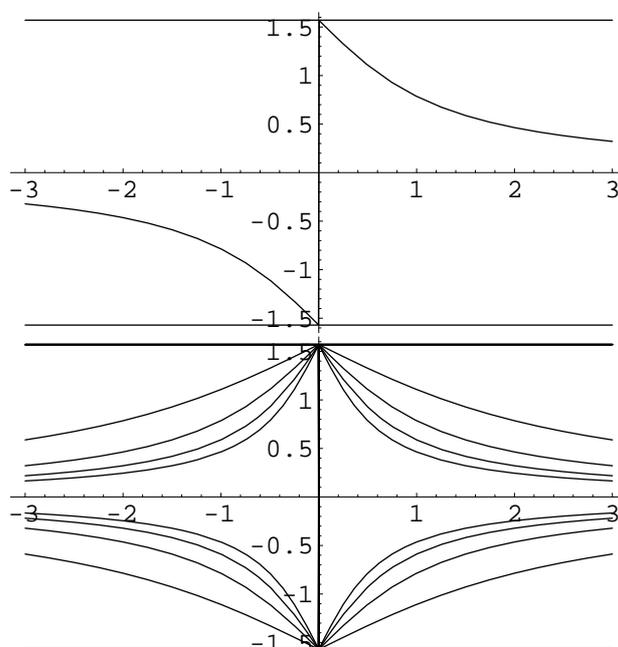
Funktion: $f(x) = \arccos(ax)$, $a = -2, \dots, 2$



Funktion: $f(x) = \arctan(ax)$, $a = -2, \dots, 2$

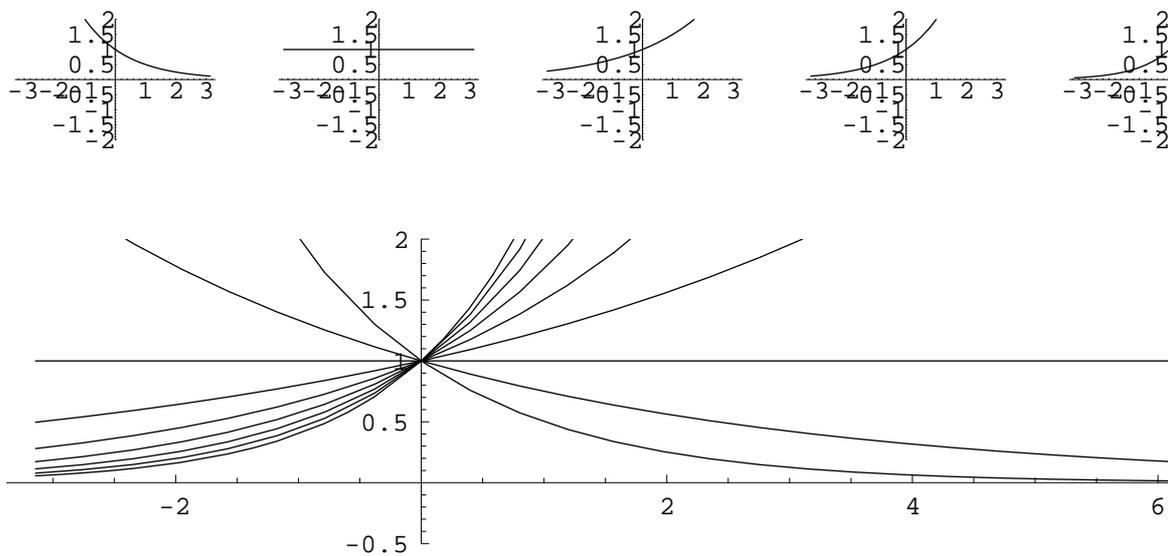


Funktion: $f(x) = \operatorname{arccot}(ax)$, $a = -2, \dots, 2$



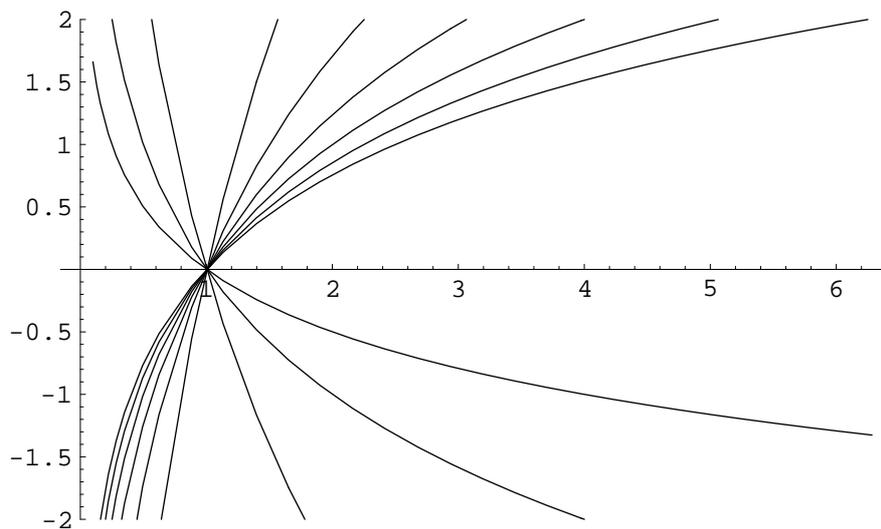
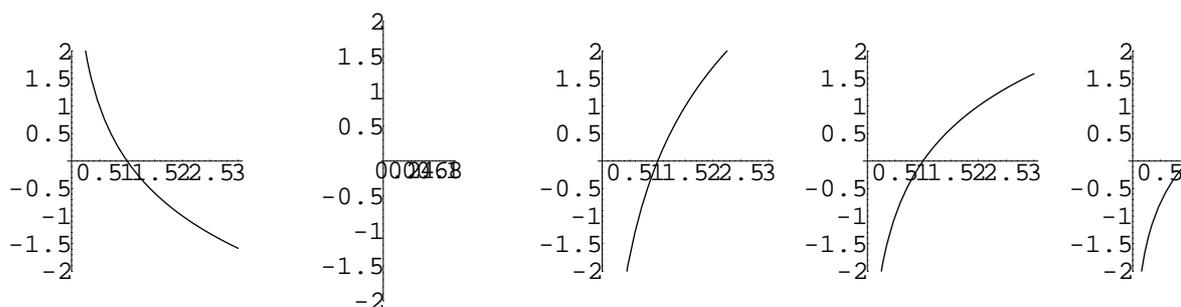
1.1.9 Exponentialfunktionen

Funktion: $f(x) = a^x$, $a = \frac{1}{2}, \dots, 2.5$



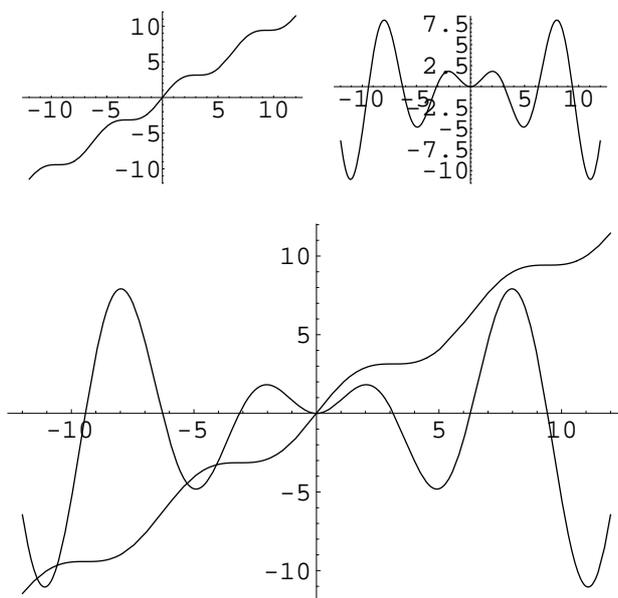
1.1.10 Logarithmusfunktionen

Funktion: $f(x) = \log_a(x)$, $a = \frac{1}{4}, \dots, 2.5$

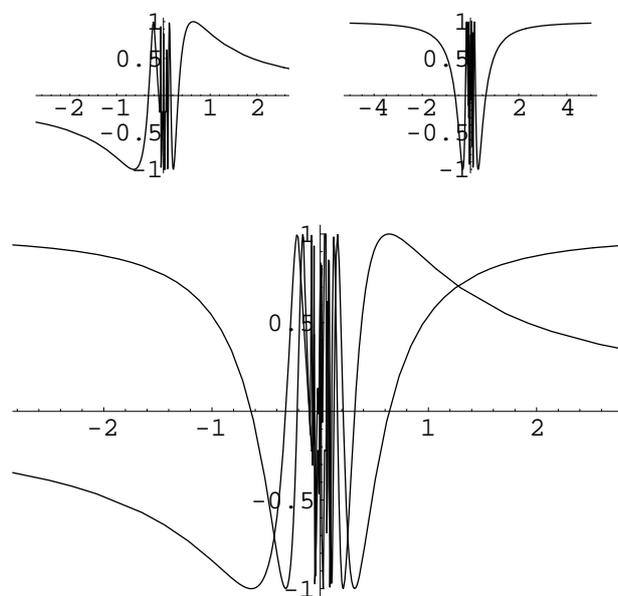


1.1.11 Zusammensetzungen mit trigonometrischen Funktionen

Funktion: $f_1(x) = x + \sin(x)$ und $f_2(x) = x \sin(x)$

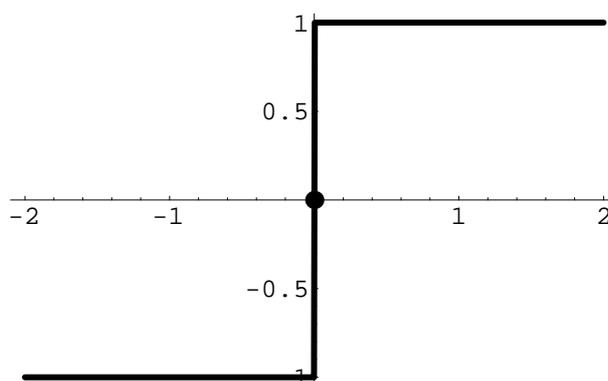


Funktion: $f_1(x) = \sin(\frac{1}{x})$ und $f_2(x) = \cos(\frac{1}{x})$



1.1.12 Zusammensetzungen mit der Signum- und der Gauss-Klammer-Funktion

Funktion: $f(x) = \text{sign}(x)$

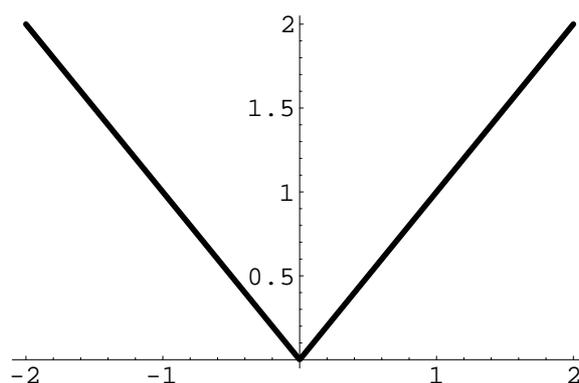


Diese Funktion identisch z.B. mit der Funktion

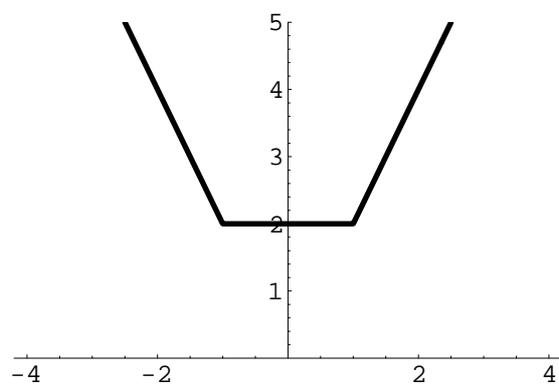
$$h(x) = (2 \text{Round}\left(\frac{2 \arctan(x)}{\pi} - 0.5\right) + 1) \left(\text{Round}\left(1 - \frac{1}{2} e^{-(x^2)}\right)\right).$$

(*Round* nach *Mathematica 5.2* rundet auf die nächstgelegene ganze Zahl,
 $\text{Round}(\frac{1}{2}) = \text{Round}(-\frac{1}{2}) = 0$.)

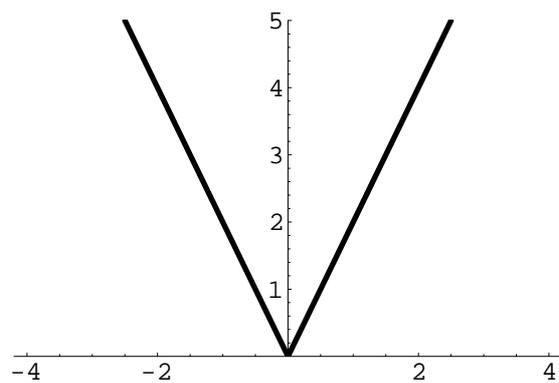
Funktion: $f(x) = x \text{sign}(x) = |x| = +\sqrt{x^2}$



Funktion: $f(x) = |x - 1| + |x + 1|$



Funktion: $f(x) = 2|x|$



Funktion: $f(x) = [x] \approx \text{Round}(x - \frac{1}{2})$ (Gauss-Klammer)

$$h_1(x) := (2 \text{Round}(\frac{\arctan(x)}{\pi} - 0.5) + 1)(\text{Round}(1 - \frac{1}{2}e^{-x^2}))$$

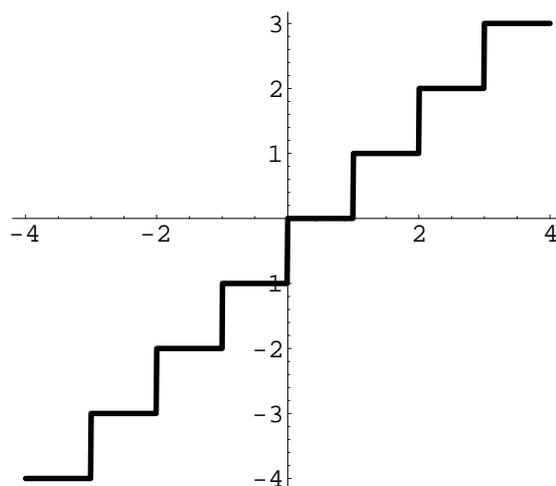
$$h_2(x) := h_1(x - \sqrt{x^2}) + 1$$

$$h_3(x) := (\sin(x\frac{\pi}{2}))^2$$

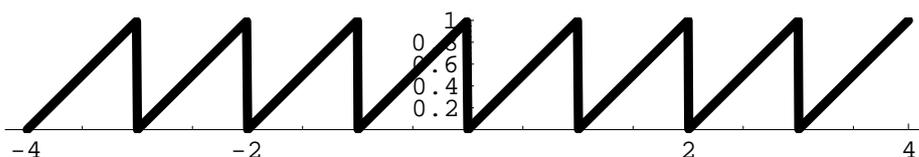
$$h_4(x) := (1 - \text{Round}(\frac{h_3(x^2)}{2} + \frac{1}{2}))((h_1(x))^2)$$

$$h_5(x) := \text{Round}(x - \frac{1}{2})$$

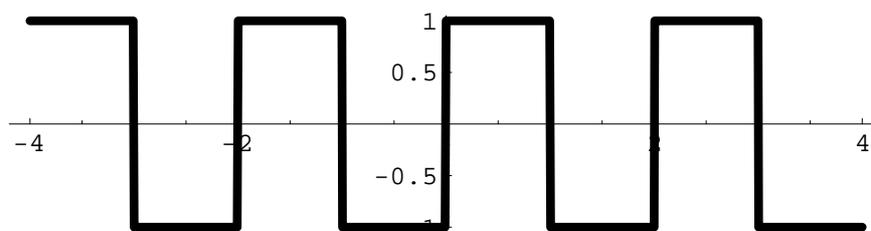
$$f(x) := h_5(x) + h_4(x) - h_4(\frac{x}{2}) \implies f(x) = [x]$$



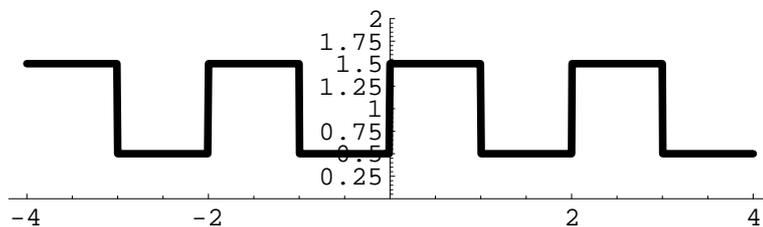
Funktion: $f(x) = x - [x]$



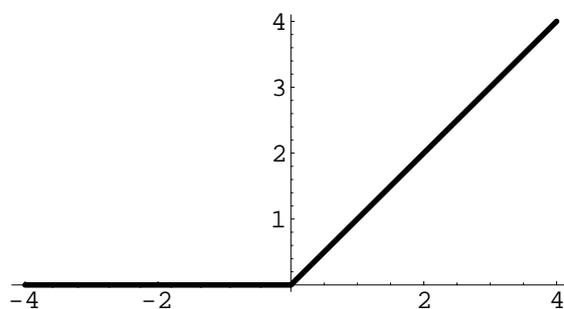
Funktion: $f(x) = \text{sign}(\sin(\pi x))$



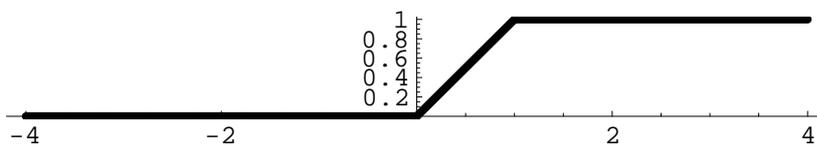
Funktion: $f(x) = \left| \frac{\text{sign}(\sin(\pi x))}{2} + 1 \right|$



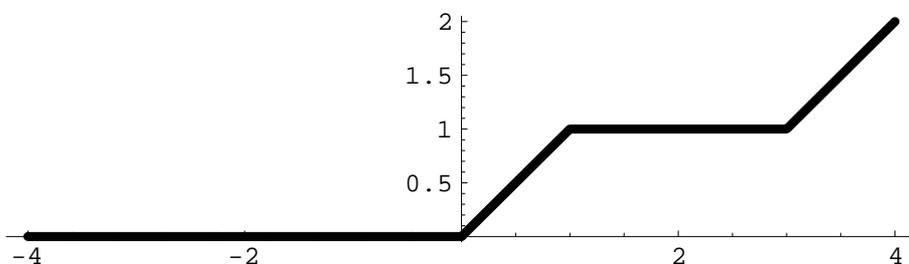
Funktion: $f(x) = \frac{|x|+x}{2} := u(x)$



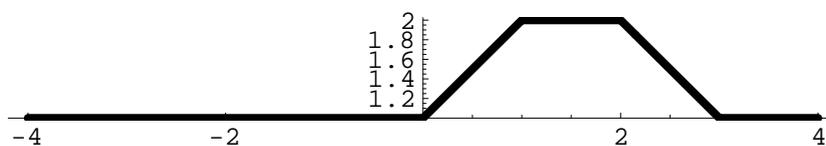
Funktion: $f(x) = u(x) - u(x-1) := v(x)$



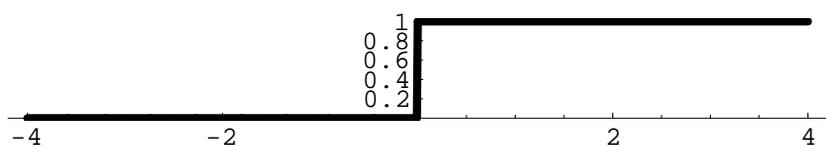
Funktion: $f(x) = v(x) + v(x-3)$



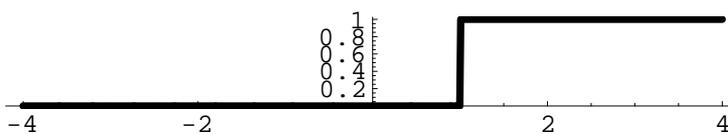
Funktion: $f(x) = v(x) + v(-x + 3)$



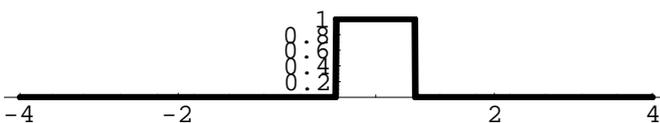
Funktion: $f(x) = \text{sign}\left(\frac{|x|+x}{2}\right) := v(x)$



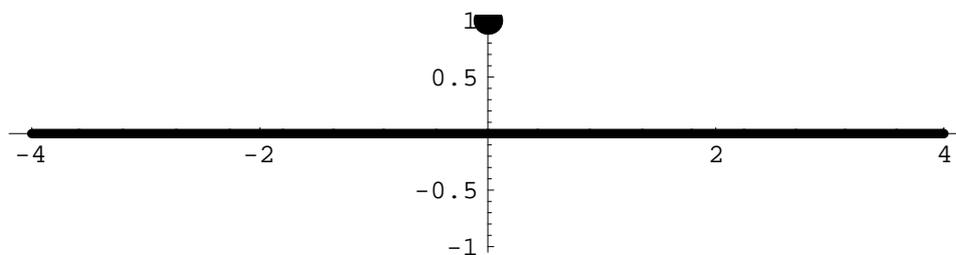
Funktion: $f(x) = \text{sign}\left(\frac{|x-1|+(x-1)}{2}\right) := w(x)$



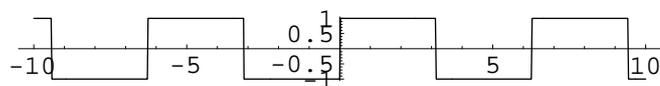
Funktion: $f(x) = w(x) - w(x - 1)$



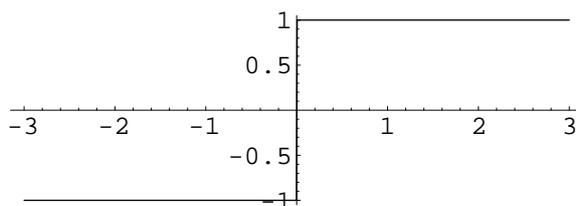
Funktion: $f(x) = 1 - (\text{sign}(x))^2$



Funktion: $f(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{1-\cos^2(x)}}$

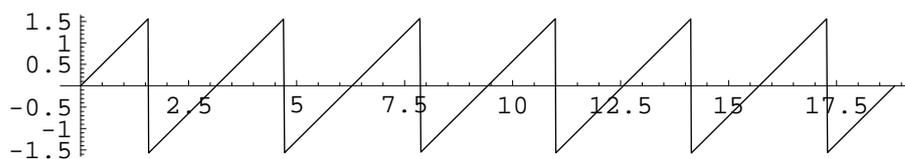


Funktion: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$, $|x| = \frac{x}{\sqrt{x^2}}(1 - 0\sqrt{(x^2)})$, $0^0 := \lim_{x \rightarrow 0} x\sqrt{x^2}$

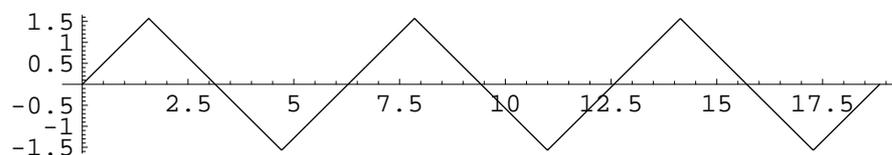


1.1.13 Zusammensetzungen mit Arcusfunktionen

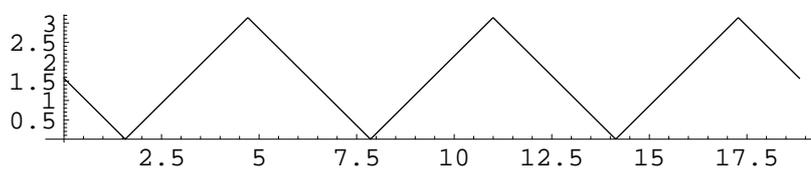
Funktion: $f(x) = \arctan(\tan(x))$



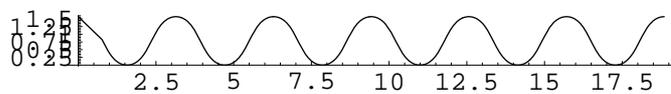
Funktion: $f(x) = \arcsin(\sin(x))$



Funktion: $f(x) = \arccos(\sin(x))$



Funktion: $f(x) = \arctan(\cot(x))$



1.2 Übungen und Selbststudium nach Anleitung des Dozenten

Workshop!

Aufgabe: Programmiere diese Funktionen sowie ähnliche Funktionen auf einem Rechner!

Notizen:

Ende