

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Organisatorisches – Quant à l'organisation</b>	<b>1</b>
<b>2 Von der Seifenblase zum olympischen Dach</b>	<b>3</b>
2.1 Tilt–Artikel des Autors zum Mathematiktag 2000 . . . . .	3
2.2 Fragen und Kommentare . . . . .	4
2.3 Populäre Literatur . . . . .	5
<b>3 Mathematik und Architektur im Lichte der Weltbilder</b>	<b>7</b>
3.1 Notizen zu den Ursprüngen unserer Kultur . . . . .	7
3.1.1 Die Anfänge der kulturellen Zeugnisse . . . . .	7
3.1.2 Erste Organisationsformen rufen nach ersten mathematischen Fähigkeiten . . . . .	8
3.1.3 Der prägende Einfluss des Zeitverständnisses und des Kosmos . . . . .	8
3.1.4 Der Einfluss der umfassenden Geschichte . . . . .	9
3.1.5 Vorgeschichtliche Zeugen exakter Mathematik . . . . .	10
3.2 Die Uerfahrungen der Mathematik . . . . .	11
3.2.1 Die Methode der Modellierung durch Interpretation der Realität . . . . .	11
3.2.2 Heilige Geometrie und wesentliche Zeitalter mit prägendem Einfluss . . . . .	12
3.2.3 Geometrie am Bau: „Kunst ohne Wissenschaft ist nichts!“ . . . . .	14
3.2.4 Beispiele von Anwendungen der Geometrie vor der Zeit von G. Monge . . . . .	21
3.2.5 Bedeutung einiger kulturell häufiger Zahlen und Figuren . . . . .	23
3.2.6 Historische Beispiele nichtrationaler Aspekte von Bedeutungsinhalten . . . . .	40
3.2.7 Nochmals kompakt: Zur Bedeutung von Zahlen — Sphärenmusik . . . . .	41
3.2.8 Zur Tetrakty . . . . .	43
3.3 Notizen zu den Ursprüngen unserer Geschichte . . . . .	49
3.3.1 Keilschrift . . . . .	49
3.3.2 Hieroglyphen . . . . .	50
3.4 Zu einigen Grundgesetzen der prägenden Einflüsse . . . . .	52
3.4.1 Den Menschen prägende Einflüsse . . . . .	52
3.5 Gliederung von prägenden Einflüsse betreffend die Architektur . . . . .	54
<b>4 Die Kunstfrage — vom Nutzen der Mathematik für Architekten</b>	<b>59</b>
4.1 Bemerkung zum Gebrauch des Begriffs „Kunst“ . . . . .	59
4.1.1 Zum Historischen Wachstum des Begriffs . . . . .	59
4.1.2 Zu den raum–zeitlichen Dimensionen der schönen Künste . . . . .	61
4.1.3 Parallelen zur Schönheit in der Philosophie . . . . .	61
4.2 Zu den 7 Aspekten der Mathematik . . . . .	65
4.3 Mathematik: Grundlage und Bedingung von Architektur und Technik . . . . .	66
4.3.1 Kausale und finale Situation . . . . .	66
4.3.2 Raum zwischen Mathematik und Architektur . . . . .	67
4.4 Einige Anwendungen der Mathematik in der Architektur . . . . .	68
4.4.1 Einfache Anwendungen . . . . .	68

4.4.2	Hochschulanwendungen . . . . .	68
4.4.3	Schulungsanwendungen . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Theorien der Mathematik und Physik mit prägendem Einfluss</b>	<b>71</b>
5.1	Gelehrte der Antike . . . . .	71
5.1.1	Ägypten, altes Reich . . . . .	71
5.1.2	Die grossen Sterne am Beginn dessen, was man Philosophie nennt . . . . .	71
5.1.3	Schule des Pythagoras . . . . .	72
5.1.4	Platon . . . . .	72
5.1.5	Aristoteles . . . . .	72
5.1.6	Euklides . . . . .	73
5.1.7	Archimedes von Syrakus . . . . .	73
5.1.8	Erathostenes von Kyrene . . . . .	74
5.1.9	Vitruv . . . . .	74
5.1.10	Ptolemaios . . . . .	74
5.1.11	Rom . . . . .	74
5.2	Nachantike, Mittelalter . . . . .	74
5.2.1	Albertus Magnus . . . . .	75
5.2.2	Fibonacci . . . . .	75
5.3	Renaissance, Barock, Mechanik, neue Himmelskörper . . . . .	75
5.3.1	Kopernikus . . . . .	75
5.3.2	Galilei . . . . .	75
5.3.3	Tycho Brahe . . . . .	76
5.3.4	Jost Bürgi . . . . .	76
5.3.5	Kepler . . . . .	76
5.3.6	Descartes . . . . .	77
5.3.7	Guericke . . . . .	77
5.3.8	Pascal . . . . .	77
5.3.9	Huygens . . . . .	77
5.3.10	Newton . . . . .	77
5.3.11	Leibniz . . . . .	78
5.3.12	Bernoullis . . . . .	79
5.3.13	Euler . . . . .	79
5.3.14	Kant . . . . .	79
5.3.15	Coulomb . . . . .	80
5.3.16	Lavoisier . . . . .	80
5.3.17	Volta . . . . .	80
5.3.18	Laplace . . . . .	80
5.3.19	Dalton . . . . .	81
5.3.20	Gauss . . . . .	81
5.3.21	Cantor, Gödel und andere . . . . .	81
5.3.22	Die Entdeckung neuer Himmelskörper . . . . .	81
5.3.23	Faraday und Maxwell . . . . .	82
5.3.24	Mayer, Helmholtz, Joule . . . . .	82
5.3.25	Das Problem des absoluten Raums . . . . .	83
5.3.26	Forschung heute . . . . .	83
5.3.27	Fechner . . . . .	83
5.3.28	Le Corbusier . . . . .	83
5.4	Einstein und die Relativitätstheorie . . . . .	83
5.4.1	Äthertheorie und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit . . . . .	83
5.4.2	Systemzeit und Zeitdiletation . . . . .	85
5.4.3	Die Lorenzkontraktion . . . . .	86
5.4.4	Die Unüberschreitbarkeit der Lichtgeschwindigkeit . . . . .	87

5.4.5	Das Paradoxon der Gleichzeitigkeit . . . . .	88
5.4.6	Ruhemasse und dynamische Masse . . . . .	88
5.4.7	Masse und Energie . . . . .	90
5.4.8	Zeitdehnung in der Nähe grosser Massen . . . . .	91
5.5	Materiewellen, Quantentheorie, Kosmologie und Weltbild . . . . .	91
5.5.1	Dualismus Wellen–Korpuskel . . . . .	91
5.5.2	Die Unschärferelation . . . . .	92
5.5.3	Ausblick auf die Teilchenstruktur der Materie . . . . .	93
5.5.4	Ausblick auf die Kosmologie . . . . .	93
5.6	Rückblick auf die Ursprünge mathematischer Begriffsbildungen . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Einige begriffliche Grundlagen</b>	<b>99</b>
6.1	Astronomische Begriffe und Begriffliches zu Zeit und Kalender . . . . .	99
6.1.1	Koordinatensysteme . . . . .	99
6.1.2	Bewegung von Erde und Sonne . . . . .	102
6.1.3	Zeit . . . . .	103
6.1.4	Mond und Monat . . . . .	107
6.2	Sonnenuhren . . . . .	108
<b>7</b>	<b>Notizen zu „Zwischen Freiheit und Strenge“</b>	<b>109</b>
7.1	Freiheit und Strenge . . . . .	109
7.1.1	Kosmos – Chaos . . . . .	109
7.1.2	Freiheit, Ordnung und Strenge . . . . .	110
7.1.3	Geometrie und Bau . . . . .	111
7.2	Philosophiegeschichte — Zahlensymbolik . . . . .	111
7.2.1	Winziges aus der Philosophiegeschichte . . . . .	111
7.2.2	Was soll das mit den Zahlen? . . . . .	112
7.2.3	Bedeutung von Zahlen, Sphärenmusik . . . . .	112
7.2.4	Kurz zur Geschichte . . . . .	113
7.2.5	Und immer wieder Kunst und hier Zahl . . . . .	114
7.2.6	So nochmals: Bedeutung von Zahlen . . . . .	114
7.2.7	Zeitgeist . . . . .	116
<b>8</b>	<b>Vom Bildungswert der Mathematik</b>	<b>119</b>
8.1	Erster Teil: Über Wertung, Umfeld und Wurzeln . . . . .	119
8.1.1	Umfeld . . . . .	119
8.1.2	Wo ankert die Mathematik in unserem Wertgefüge?	120
8.1.3	Die historische Dimension der Mathematik . . . . .	121
8.1.4	Die vier Wurzeln mathematischen Handelns . . . . .	122
8.1.5	Nach dem Nutzen der Überfluss: Das Spiel . . . . .	122
8.1.6	Von den philosophischen zu den religiösen Wurzeln . . . . .	123
8.1.7	Eigentlich sakrale Wurzeln der Mathematik . . . . .	126
8.2	Zweiter Teil: Das Sakrale in der Mathematik und die Schönheit . . . . .	128
8.2.1	Zum Sakralen in der Mathematik . . . . .	128
8.2.2	Einige Kerngedanken zu den gnostischen Wurzeln der Mathematik . . . . .	131
8.2.3	Von Mathematik und Schönheit . . . . .	133
<b>9</b>	<b>Beisp. von geometr. Gerüsten, symbolbez. Formen u. Zahlen, Prinzipien . . .</b>	<b>137</b>
9.1	Erste geometrische Zeugen . . . . .	137
9.1.1	Projektion und Proportionierung . . . . .	137
9.1.2	Geometrie und Astronomie, Kalender . . . . .	138
9.1.3	Geometrische Punkte, Linien, Formen . . . . .	139
9.1.4	Geometrie in der Seefahrt, Navigation . . . . .	140

9.1.5	Geraden, Proportionen, Formen in der minoischen Zeit . . . . .	141
9.2	Ideale Formen . . . . .	141
9.2.1	Platonische Körper . . . . .	141
9.2.2	Kreispackung, Kugelpackung, Symbolik . . . . .	144
9.3	Zahl, Figur, Symbolgehalt: Bezug zu Natur und Mensch . . . . .	144
9.3.1	Ganze Zahlen, rationale Verhältnisse . . . . .	144
9.3.2	Irrationale Verhältnisse . . . . .	146
9.4	Das geometrische Gerüst in der Kunst . . . . .	154
9.4.1	Rationale und irrationale Verhältnisse in der Antike und später . . . . .	154
9.5	Ornamentik: Spiel, Dekoration, Kunst . . . . .	165
9.5.1	Spiel . . . . .	165
9.5.2	Dekoration, Kunst . . . . .	165
9.5.3	Hochblüte der Ornamentik . . . . .	166
9.6	Geometrie, Zahlen, Symbolik am Bau, geometrische Gerüste . . . . .	168
9.6.1	Altertum . . . . .	168
9.6.2	Antike, Frühmittelalter . . . . .	169
9.6.3	Romanik . . . . .	171
9.6.4	Gotik, Renaissance . . . . .	172
9.7	Zur Proportionierung . . . . .	177
9.7.1	Beispiele . . . . .	177
9.7.2	Malerei der Renaissance: geometrische Gerüste von Kunstwerken . . . . .	180
9.7.3	Bauwerke im Barock: Geometrische Prinzipien, Formen . . . . .	196
9.7.4	Neuzeit . . . . .	197
<b>10</b>	<b>Wieso es nur fünf platonische Körper gibt</b> . . . . .	<b>199</b>
10.1	Polyedersatz . . . . .	200
10.1.1	Begriffe . . . . .	200
10.1.2	Der Satz . . . . .	200
10.1.3	Platonische Körper . . . . .	202
10.2	Planare Graphen und Polyederkugeln . . . . .	206
10.2.1	Ausbreitungsäquivalenz . . . . .	206
10.2.2	Andocken . . . . .	207
10.2.3	Reguläre Polyederkugeln und ihre Derivate . . . . .	211
<b>11</b>	<b>Etwas Harmonielehre, Proportionen, goldener Schnitt</b> . . . . .	<b>215</b>
11.1	Etwas Harmonielehre für Architekten . . . . .	215
11.1.1	Über Proportionen . . . . .	215
11.1.2	Zur Physik der Töne . . . . .	215
11.1.3	Mit Saiten, Pfeifen oder Rohren erzeugte Töne . . . . .	217
11.1.4	Steingewordene Musik . . . . .	219
11.1.5	Tonintervalle, Tonleitern, Klänge . . . . .	220
11.1.6	Architektur, goldener Schnitt und Musik, Kalinkastrasse . . . . .	234
11.2	Rund um den goldenen Schnitt . . . . .	235
11.2.1	Goldener Schnitt und Fibonaccizahlen . . . . .	236
11.2.2	Ein Wachstumsmodell mit Fibonaccizahlen . . . . .	237
11.2.3	Goldener Schnitt und Mensch und Tier . . . . .	237
11.2.4	Goldener Schnitt und Geometrie . . . . .	238
11.2.5	Alte Masse und goldener Schnitt . . . . .	248
11.2.6	Beziehungen, Mittelwerte, Lucaszahlen . . . . .	249

<b>12 Polyederwerkstatt</b>	<b>253</b>
12.1 Graphiken generiert mit dem Mathematica-Package	253
12.2 Studium der Körper um Graphiken selber einfach entwickeln zu können	257
12.2.1 Würfel, Tetraeder, Oktaeder	257
12.2.2 Gesetze zu Würfel, Tetraeder, Oktaeder	260
12.2.3 Modellbau	261
12.2.4 Das Dodekaeder	262
12.2.5 Das Dodekaeder aus dem Würfel mit goldenem Dach	265
12.2.6 Das Dodekaeder auf der Kante	266
12.2.7 Würfelfünfling	267
12.2.8 Tetraederfünfling	267
12.2.9 Das Ikosaeder	268
12.2.10 Ausblick	270
12.2.11 Übersicht über die archimedischen Körper	271
<b>13 Ornamente, Parkette, Symmetrie</b>	<b>273</b>
13.1 Pythagoräische Gitter	273
13.2 Bemerkung zu Parketten	276
13.2.1 Reguläre Parkette	276
13.2.2 Penrose-Parkette	280
13.3 Untersuchung von Symmetrien	280
<b>14 Ein Blick des Architekten auf Stichworte zu Mathematik und Praxis</b>	<b>281</b>
14.1 Stichwortmaterial Planungsforschung: Beispiele	281
14.1.1 Apolloprojekt: Mathematisches Management	281
14.1.2 Beispiel Einsatzplanung bei einer Airline	282
14.1.3 Beispiel Autoverleih	282
14.1.4 Beispiel Eröffnung eines Supermarkts	284
14.1.5 Beispiel Brand von Chelsea, Massachusetts	284
14.2 Stichwortmaterial Spieltheorie: Beispiele	284
14.2.1 Beispiel zur Entscheidungstheorie: Schirm oder nicht Schirm?	284
14.2.2 Nullsummenspiel	285
14.2.3 Nichtnullsummenspiel: Beispiel Gefangenendilemma	285
14.2.4 Nichtnullsummenspiel: Tragödie des Gemeinwesens	286
14.2.5 Statik, Festigkeitslehre, Bauphysik	286
14.3 Stichwortmaterial alte und neue Geometrie	287
14.3.1 Fibonacci, goldener Schnitt, Ästhetik	287
14.3.2 Symmetrie: Muster	287
14.3.3 Symmetrie: Escher	288
14.3.4 Fraktale Geometrie und Philosophie in der Mathematik	288
14.3.5 Das Flohmodell bei der Erzeugung von Fraktalen	291
14.3.6 Computergraphik: Seifenhäute und Minimalflächen	295
14.3.7 Das 4-Farben oder Landkartenproblem	300
<b>15 Seitenblick auf Computer und Datenmengen</b>	<b>303</b>
15.1 Zahldarstellung in Computern, Speicheraufwand...	303
15.2 Speicheraufwand und Farbmodelle	303
15.2.1 Pixelgraphik und Vektographik	303
15.2.2 Farbmodelle	304
15.2.3 Zur Grösse von Pixelgraphiken	304
15.2.4 Aufgabe	304

<b>16 Mathematik und Praxis — Projektthemen</b>	<b>307</b>
16.1 Schulung an platonischen Körpern . . . . .	307
16.1.1 Projektideen 1 . . . . .	307
16.1.2 Übersicht über konvexe Körper aus regelmässigen Vielecken . . . . .	309
16.2 Schulung in praktischer Geometrie und angewandter Mathematik . . . . .	309
16.2.1 Projektideen und Themen 2: Auswahl . . . . .	309
16.3 Sonnenuhrprojekt . . . . .	311
16.4 Vorschule: Kleinprojekte und projektartiges Vorgehen . . . . .	311
16.4.1 Themenliste zum goldenen Schnitt . . . . .	311
16.4.2 Themenliste zur Symmetrie . . . . .	312
16.4.3 Denkanstösse: Kristallisationskeime von Arbeitsthemen . . . . .	313
<b>17 Anhang: Farbbilder</b>	<b>319</b>