

# Inhaltsverzeichnis

<b>A Aus dem DIYMU und einem Crashkurs</b>	<b>3</b>
<b>B Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit</b>	<b>5</b>
B.1 Über „Wahrscheinlichkeit“ und „Zufall“ . . . . .	5
B.1.1 Wahrscheinlichkeit und Zufall . . . . .	5
B.2 Zur Entwicklungsgeschichte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs . . . . .	8
B.2.1 Die Frage nach der Gewinnchance des Chevaliers de Méré . . . . .	8
B.2.2 Klassischer contra statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	8
<b>C Zum Begriff der Kombinatorik</b>	<b>15</b>
C.1 Übersicht über die elementaren kombinatorischen Fälle . . . . .	15
C.2 Formeln für die elementaren kombinatorischen Fälle . . . . .	15
C.2.1 Anordnungen oder Permutationen ohne Wiederholung . . . . .	15
C.2.2 Permutationen mit Wiederholung . . . . .	17
C.2.3 Variationen ohne Wiederholung . . . . .	18
C.2.4 Kombinationen ohne Wiederholung . . . . .	19
C.2.5 Variationen mit Wiederholung . . . . .	20
C.2.6 Kombinationen mit Wiederholung . . . . .	21
C.3 Eine Aufgabe . . . . .	21
C.4 Links zur Fortsetzung . . . . .	22
<b>D Fehler von statistischen Kenngrößen und Standardfehler</b>	<b>23</b>
D.1 Fehler von statistischen Kenngrößen . . . . .	23
D.1.1 Die Fragestellung . . . . .	23
D.1.2 Fehler des Mittelwerts . . . . .	24
D.1.3 Fehler der Standardabweichung . . . . .	24
D.1.4 Beispiel . . . . .	25
D.2 Der Standardfehler von statistischen Kenngrößen . . . . .	25
D.2.1 Die Fragestellung . . . . .	25
D.2.2 Einige Begriffe . . . . .	26
D.2.3 Die Berechnung des Erwartungswerts . . . . .	27
D.2.4 Formeln für den Erwartungswert . . . . .	28
D.2.5 Formeln für die Varianz . . . . .	29
D.2.6 Formel für den Erwartungswert des Mittelwerts . . . . .	30
D.2.7 Nochmals Formeln für die Varianz . . . . .	30
D.2.8 Formel für die Varianz des Mittelwerts . . . . .	30
D.3 Messfehler und Standardfehler . . . . .	31
D.4 Einige Links . . . . .	31
D.5 Ein Beispiel . . . . .	31
D.6 Der Erwartungswert eines Funktionswerts . . . . .	32
D.7 Standardabweichung und Tschebyschow–Ungleichung . . . . .	33

D.7.1	Zur Standardabweichung . . . . .	33
D.7.2	Die Tschebyschow–Ungleichung . . . . .	34
D.8	Messfehler (funktionale Abhängigkeit) . . . . .	36
D.8.1	Das Problem der Verpflanzung — Le problème de la dépendance . . . . .	36
D.8.2	Verwendung des totalen Differentials — Appliquer la différentielle totale . . . . .	36
<b>E</b>	<b>Monte-Carlo, Resampling und anderes</b>	<b>39</b>
E.1	Monte-Carlo-Simulationen . . . . .	39
E.1.1	Berechnung von Pi, Messeexperiment . . . . .	39
E.1.2	Das Konzept der Monte-Carlo-Simulation resp. –Studie . . . . .	40
E.1.3	Berechnung von Pi, Monte-Carlo–Flachensimulation . . . . .	40
E.1.4	Berechnung von Pi, Buffon, Nadelexperiment . . . . .	41
E.2	Resampling-Methoden (Einführung) . . . . .	44
E.2.1	Die Idee von Bootstrap und Jackknife . . . . .	44
E.2.2	Resampling, Beispiele . . . . .	46
<b>F</b>	<b>Eine Bootstrap–Anwendung Schritt für Schritt</b>	<b>53</b>
F.1	Aufgabenstellung und Konzept . . . . .	53
F.1.1	Das praktische Problem der Verteilungsfunktion . . . . .	53
F.1.2	Eine mögliche Aufgabenstellung . . . . .	53
F.2	Beispiel 1: Generierung einer Zahlenmenge als Messwerte . . . . .	53
F.3	Beispiel 1: Bearbeitung der Menge von Messwerten . . . . .	55
F.4	Beispiel 2: Einlesen und bearbeiten von Messwerten, neue Messreihe . . . . .	60
<b>G</b>	<b>Anhang: Datensatznderung</b>	<b>63</b>
G.1	Die Problemstellung . . . . .	63
G.1.1	Beurteilung einer Korrekturmöglichkeit . . . . .	63
G.2	Die Minimaleigenschaft des Mittelwerts . . . . .	64
G.2.1	Varianz, Standardabweichung und Wahrscheinlichkeitsfunktion . . . . .	64
G.2.2	Minimaleigenschaft des Mittelwerts . . . . .	65
G.3	Verkleinerung der StD bei Erweiterung eines Datensatzes . . . . .	65
G.3.1	Verkleinerung . . . . .	65
G.3.2	Konsequenzen für den Mittelwert . . . . .	66
G.4	Vergrösserung der StD bei Erweiterung eines Datensatzes . . . . .	66
G.5	Umrechnung des Mittelwerts und der empirischen StD . . . . .	68
G.5.1	Eine Formel für den Mittelwert . . . . .	68
G.5.2	Eine Formel für die empirische Varianz . . . . .	68
G.5.3	Anwendung: Berechnung einer veränderten StD . . . . .	69
G.6	Ein Beispiel . . . . .	70
G.7	Übung . . . . .	71
<b>H</b>	<b>Anhang: Spezielle Wahrscheinlichkeitssituationen</b>	<b>73</b>
H.1	Kreuztabellen, Beispiel . . . . .	73
H.2	Ein Beispiel mit einem Taxi, das Fragen aufwirft . . . . .	75
H.3	„Wie alt ist der Kapitän?“ . . . . .	79
<b>I</b>	<b>Hinweise zur Datenanalyse</b>	<b>81</b>
I.1	Grundfragen — Modellierungen . . . . .	81
I.1.1	Wichtige Abläufe . . . . .	81
I.1.2	Vorgehen bei Modellierungen . . . . .	82
I.1.3	Hypothesenmodellierung, Hypothesentest . . . . .	83
I.1.4	Das Problem der Wechselwirkungen zwischen Variablen . . . . .	84
I.2	Wirklichkeit, mathematische Modelle, Wesentlichkeit der Entscheide . . . . .	84

I.2.1	Das Problem der sinnvollen Frage . . . . .	84
I.2.2	Galilei und Archimedes . . . . .	85
I.2.3	Extrapolation und mathematisches Modell . . . . .	87
I.2.4	Wozu ein Modelle? . . . . .	88
I.2.5	Wirklichkeit, Wahrscheinlichkeitsmodell und Entscheidung . . . . .	90
I.3	Mathematische Modelle und Parameter . . . . .	90
I.3.1	Zur Grundgesamtheit . . . . .	90
I.3.2	Zur Stichprobe . . . . .	91
I.3.3	Wahrscheinlichkeit, Verteilungsfunktion, Wahrscheinlichkeitsmodell . . . . .	91
I.3.4	Prozesskontrolle, Prozesstauglichkeit . . . . .	93
I.3.5	Zu den Box–Whisker–Plots . . . . .	93
I.3.6	Tschebyschow–Ungleichung . . . . .	93
I.4	Zu den Datenerhebungskonzepten . . . . .	94
I.4.1	Wo und wieso Daten erheben? . . . . .	94
I.4.2	Zur Datenqualitätssteuerung . . . . .	95
I.4.3	Placebo–Effekt, Doppelblindstudien, Monitoring . . . . .	97
I.4.4	Grundfragen und Datenerhebungsprinzipien . . . . .	97
I.4.5	Statistiken . . . . .	100
I.4.6	Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmodellen mit Statistiken . . . . .	101
I.4.7	Zu den Fehlern bei Schätzungen . . . . .	102
I.4.8	Verteilungsfreiheit und Vertrauensintervalle . . . . .	104
I.4.9	Nochmals zu statistischen Tests . . . . .	107
I.4.10	Bemerkung zu Darstellungsmethoden der explorativen Statistik . . . . .	110
I.5	Nochmals zu den Bootstrap–Methoden . . . . .	112
I.5.1	Zum Percentil–Lemma . . . . .	112
<b>J</b>	<b>Zusammenfassungen und Ausblicke</b>	<b>115</b>
J.1	Parametertests — Signifikanztests . . . . .	115
J.1.1	Das Problem des Lernenden . . . . .	115
J.1.2	Das Denkgerüst hinter dem Test . . . . .	115
J.2	Parameterschätzung und Maximum–Likelihood–Methode . . . . .	116
J.2.1	Die Idee . . . . .	116
J.2.2	Ein Beispiel zur Veranschaulichung . . . . .	117
J.2.3	Erwartungstreue, Konsistenz, Effizienz . . . . .	117
J.2.4	Wie weiter? . . . . .	118
J.3	Ausblick: Weitere Links zu Stochastik und Statistik . . . . .	118