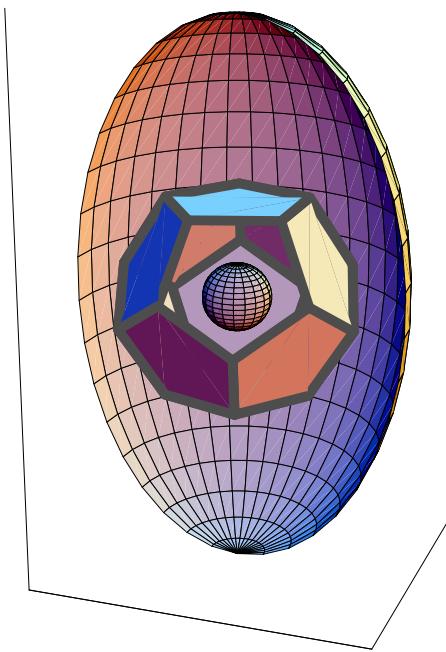


Script ◊ Math ◊ Bau  
◊ Grundlagen ◊ Übungen ◊  
◊ Übersicht und Links zu Teilskripten ◊



**Scripta bilingua**

von

Rolf Wirz

Berner Fachhochschule BFH ◊ HSB und HTI

V.1.0.2 d / 1. Juli 2011

Produziert mit LaTeX/PCTEX auf XP.

Einige Graphiken sind auch mit *Mathematica* entstanden.

Zielpublikum dieser Materialsammlung: Die Studierenden aus dem Fachbereich Bau der Berner Fachhochschule. Der vorhandene Rahmen ist sehr begrenzt: 8 Lektionen Wochenlektionen im 1. Semester, 6 Wochenlektionen im 2. Semester. Gewisse Teile müssen daher im Selbststudium erarbeitet werden.

*Arithmetik und Geometrie geben die Wahrheit über die Dinge ...*

*... Lasst keinen meine Werke lesen, der nicht Mathematiker ist ...*

*Leonardo da Vinci*

*Es trete kein der Geometrie Unkundiger hier ein ...*

*(Spruch über Platons Akademie im Hain des Akademos)*

*Es gibt keinen Königsweg zur Geometrie ...*

*(Euklid zum König Ptolemaios)*

*Schüler zu Euklid: „Was kann ich verdienen, wenn ich diese Dinge (die Geometrie) lerne?“*

*Euklid zu einem Sklaven: „Gib ihm drei Obolen; der arme Mann muss Geld verdienen, mit dem was er lernt...“*

*(Angeblich nach Euklid)*

Aktuelle Adresse des Autors (2007):

Rolf W. Wirz-Depierre

Prof. für Math.

Berner Fachhochschule (BFH), Dep. AHB und TI

Pestalozzistrasse 20

Büro B112 CH-3400 Burgdorf/BE

Tel. ++41 (0)34 426 42 30 / intern 230

Mail: Siehe <http://rowicus.ch/Wir/indexTotalF.html> unter „Koordinaten von R.W.“

*Alt: Ingenieurschule Biel (HTL), Ing'schule des Kt. Bern, Fachhochschule ab 1997) // BFH HTA Biel // BFH TI //*

©2007 / 2010

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Organisatorisches bei Bedarf</b>	<b>1</b>
<b>2 Kurs 1 (1. Semester)</b>	<b>3</b>
2.1 Basics (weitgehend auch Selbststudium) . . . . .	4
2.2 Trigonometrie (Selbststudium) . . . . .	5
2.3 Funktionen . . . . .	6
2.4 Differentialrechnung . . . . .	7
2.5 Integralrechnung . . . . .	8
2.6 Differentialrechnung mit mehreren Variablen . . . . .	9
2.7 Approximationstheorie . . . . .	10
2.8 Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	11
2.9 Biegelinie . . . . .	12
<b>3 Kurs 2 (2. Semester)</b>	<b>13</b>
3.1 Vektoralgebra und Vektoranalysis . . . . .	14
3.2 Matrizen- und Determinantenrechnung . . . . .	15
3.3 Lineare Abbildungen . . . . .	16
<b>4 Kurs 3 (Pflichtwahlfach)</b>	<b>17</b>
4.1 Einführung in die Stochastik . . . . .	18
<b>5 Kurse 4 (Spezialthemen)</b>	<b>19</b>
5.1 Komplexe Zahlen . . . . .	20
5.2 Weitere Kurse . . . . .	21
<b>6 Die Bauskripte als Paket, Modulprüfungen</b>	<b>23</b>
6.1 Link . . . . .	23

# Kapitel 1

## Organisatorisches bei Bedarf

### Kurze Übersicht

1. Organisation, Rahmen
2. Stoff
3. Ziel, Weg, Methoden, Feedback, Team
4. Übungen, Selbststudium
5. Lerntechnik, Arbeitstechnik, Selfmanagement
6. Rechte und Pflichten des Studenten und der Schule
7. Prinzipien, Grundsätze
8. Rechner, Computer, Mathematiksoftware
9. Semesterorganisation Mathematik (Anzahl Noten, Prüfungsreglement, Prüfungsplan, Prüfungsrahmen, erlaubte Unterlagen, formale Anforderungen, Benotungskriterien, Benotung der Übungen und Projekte, Arbeitsnachweismappe, Klassensprecher, Klassenbetreuer, Kopierchef, Sprechstunden)
10. Hilfsmittel (Bibliothek, Taschenrechner, Mathematiksoftware, Literatur)
11. Zeitplanung
12. Einführung: Über das Wesen der Mathematik
  - (a) Beispielhafte Beweise
  - (b) Wieso beweisen?
  - (c) Modell und Wirklichkeit
  - (d) Geschichtlicher Rahmen und Auftrag



## **Kapitel 2**

### **Kurs 1 (1. Semester)**

## 2.1 Basics (weitgehend auch Selbststudium)

I / Basics: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/01, I/02, I/03, I/04, I/05

### Inhalt:

		Seite
1.	Mengen	1
2.	Zahlen	2
2.1	Zahlenmengen	2
2.2	Potenzen	4
2.3	Logarithmen	5
3.	Gleichungen	6
3.1	Übersicht	6
3.2	Algebraische Gleichungen	7
3.3	Wurzelgleichungen	9
3.4	Betragsgleichungen	9
3.5	Exponentialgleichungen	10
3.6	Logarithmusgleichungen	10
3.7	Trigonometrische Gleichungen	11
3.8	Lineare Gleichungssysteme	12
3.9	Algebraische Gleichungen mit zwei Unbekannten vom Grade $\leq 2$	16
Anh.	Übungen Serie I/01	
Anh.	Übungen Serie I/02	
Anh.	Übungen Serie I/03	
Anh.	Übungen Serie I/04	
Anh.	Übungen Serie I/05	

## 2.2 Trigonometrie (Selbststudium)

I / Trigonometrie: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserie dazu: I/06

### Inhalt:

		Seite
1.	Trigonometrische Funktionen	1
1.1	Trigonometrische Funktionen für spitze Winkel	1
1.2	Trigonometrische Funktionen für beliebige Winke	2
1.3	Trigonometrische Funktionen und Bogenmass	3
1.4	Beispiele	4
2.	Sinus- und Cosinussatz	6
2.1	Sinussatz	6
2.2	Cosinussatz	8
3	Trigonometrische Formeln	10
3.1	Additionstheoreme für Sinus und Cosinus	10
3.2	Additionstheoreme für Tangens und Cotangens	12
4.	Harmonische Schwingungen	13
Anh.	Übungen Serie I/06	

Weitere Skripte zur Trigonometrie siehe interne Sammlung.

## 2.3 Funktionen

I / Funktionen: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/12, I/13, I/14, I/15 ,I/16

**Inhalt:**

		Seite
1.	Grundlagen	1
1.1	Funktionsbegriff	1
1.2	Funktionsgraph	3
1.3	Eigenschaften von Funktionen	4
1.4	Stetige Funktionen	6
1.5	Grenzwerte einer Funktion	7
2.	Elementare Funktionen	9
2.1	Ganzrationale Funktionen	9
2.2	Gebrochenrationale Funktionen	14
2.3	Potenzfunktion	16
2.4	Exponential- und Logarithmusfunktionen	20
2.5	Hyperbel- und Areafunktionen	27
3.	Ausgewählte Themen	32
3.1	Umkehrfunktion	32
3.2	Schräge Asymptoten	35
Anhang	Zahlenfolgen	37
Anh.	Übungen Serie I/12	
Anh.	Übungen Serie I/13	
Anh.	Übungen Serie I/14	
Anh.	Übungen Serie I/15	
Anh.	Übungen Serie I/16	

Weiteres Skript: Zoo der Funktionen, siehe:

<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/FktZoo.pdf>

## 2.4 Differentialrechnung

I / Differentialrechnung: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/17, I/18, I/19, I/20, I/21, I/22, I/23

**Inhalt:**

		Seite
1.	Ableitung einer Funktion	1
2.	Ableitungsregeln	5
3.	Ableitungen elementarer Funktionen	8
4.	Kettenregel	10
5.	Ableitung der Umkehrfunktion	12
6.	Ableitungen elementarer Funktionen 2	13
7.	Regel von Bernoulli und de l'Hospital	15
8.	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	17
9.	Extremalstellen	18
10.	Lineare Approximation und Fehlerrechnung	25
11.	Kurvendiskussion	29
12.	Nichtlineare Gleichungen	36
Anh.	Übungen Serie I/17	
Anh.	Übungen Serie I/18	
Anh.	Übungen Serie I/19	
Anh.	Übungen Serie I/20	
Anh.	Übungen Serie I/21	
Anh.	Übungen Serie I/22	
Anh.	Übungen Serie I/23	

Weiteres Skript: Crashkurs Infinitesimalrechnung, siehe:

[http://rowicus.ch/Wir/Scripts/TEIL7\\_Infinitesimalrechnungd.pdf](http://rowicus.ch/Wir/Scripts/TEIL7_Infinitesimalrechnungd.pdf)

## 2.5 Integralrechnung

I / Integralrechnung: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/24, I/25, I/26, I/27, I/28, I/29, I/30

### Inhalt:

		Seite
1	Integral einer Funktion	1
1.1	Flächeninhalt und Integral	1
1.2	Bestimmtes Integral	4
1.3	Eigenschaften des bestimmten Integrals	7
1.4	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	8
1.5	Unbestimmtes Integral	10
2	Integrationsmethoden	11
2.1	Partielle Integration	11
2.2	Integration durch Substitution	12
2.3	Integrale vom Typ $f'/f$	14
2.4	Integration gebrochenrationaler Funktionen	15
3	Anwendungen	18
3.1	Volumen eines Rotationskörpers	18
3.2	Bogenlänge einer ebenen Kurve	20
3.3	Oberfläche eines Rotationskörpers	22
3.4	Trägheitsmoment einer Kugel	24
3.5	Flächenmomente	25
4	Numerische Integration	32
4.1	Rechtecksmethode	32
4.2	Trapezmethode	33
Anhang	Anhänge	36
Anh.	<i>Übungen Serie I/24</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/25</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/26</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/27</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/28</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/28</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/30</i>	

Weiteres Skript: Crashkurs Infinitesimalrechnung, siehe:

[http://rowicus.ch/Wir/Scripts/TEIL7\\_Infinitesimalrechnungd.pdf](http://rowicus.ch/Wir/Scripts/TEIL7_Infinitesimalrechnungd.pdf)

## 2.6 Differentialrechnung mit mehreren Variablen

II / Differentialrechnung mit mehreren Variablen: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: (II/08), (II/09)

### Inhalt:

		Seite
1	Einleitung	1
2	Richtungsableitung und Gradient	2
3	Maximieren mit Nebenbedingungen	5
Anh.	<i>Übungen Serie II/8</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/9</i>	

## 2.7 Approximationstheorie

II / Approximationstheorie: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: II/13, II/14, II/15, II/16, II/17

### Inhalt:

		Seite
1	Beispiel der Einheitsklothoide	1
2	Taylorapproximation	5
3	Reihen	11
4	Potenzreihen	17
5	Taylorreihen	21
6	Einheitsklothoide	25
Anh.	Übungen Serie II/13	
Anh.	Übungen Serie II/14	
Anh.	Übungen Serie II/15	
Anh.	Übungen Serie II/16	
Anh.	Übungen Serie II/17	

## 2.8 Gewöhnliche Differentialgleichungen

II / Gewöhnliche Differentialgleichungen (ein grosser Teil Selbststudium): Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: II/18, II/19, II/20, II/21, II/22

### Inhalt:

		Seite
1	Grundlagen	1
1.1	Beispiele	1
1.2	Begriffe und Bezeichnungen	4
1.3	Übersicht	6
2	Differentialgleichungen 1. Ordnung	7
2.1	Richtungsfeld und Isoklinen	7
2.2	Existenz- und Eindeutigkeitssatz	8
2.3	Separierbare und verwandte Differentialgleichungen	10
2.4	Lineare Differentialgleichungen	14
2.5	Kurvenscharen und Orthogonaltrajektorien	17
2.6	Numerische Lösungsverfahren	19
3	Differentialgleichungen 2. Ordnung	21
3.1	Lineare DGL 2. Ord. mit konstanten Koeffizienten	21
4	Technische Anwendungen	24
4.1	Schleppkurve	24
4.2	Fallschirmsprung	25
4.3	Kettenlinie	27
4.4	Klothoide	29
4.5	Zu- und Abflussprobleme	33
4.6	Eulersche Knickprobleme	38
5	Systeme hom. lin. DGL 1. Ord. mit konst. Koeff.	42
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/18	
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/19	
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/20	
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/21	
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/22	
Anh.	<i>Übungen</i> Serie II/24	

## 2.9 Biegelinie

I / Biegelinie (weitgehend Selbststudium): Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/31

### Inhalt:

		Seite
1	Differentialgleichung der Biegelinie	1
2	Statisch bestimmte Systeme	6
3	Statisch unbestimmte Systeme	8
3.1	Statisch einfach unbestimmte Systeme	8
3.2	Statisch zweifach unbestimmte Systeme	14
Anhänge	Anhang A: Krümmungskreis	16
Anhänge	Anhang B: Einfluss der Schubspannungen	18
Anh.	<i>Übungen Serie I/31</i>	

## Kapitel 3

### Kurs 2 (2. Semester)

### 3.1 Vektoralgebra und Vektoranalysis

II / Vektoralgebra und Vektoranalysis: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: II/01, II/02, II/03, II/04, II/05, II/06, II/ 07, (II/08), (II/09)

**Inhalt:**

		Seite
1	Einleitung	1
2	Grundlagen	2
2.1	Koordinatensysteme	2
2.2	Vektoren	3
2.3	Komponentendarstellung von Vektoren	5
2.4	Basen	8
3	Vektoralgebra	9
3.1	Geraden und Ebenen	9
3.2	Skalar-, Vektor- und Spatprodukt	16
3.3	Kugel, Kegel und Zylinder	25
3.4	Gleichgewicht des starren Körpers	27
4	Vektoranalysis	32
4.1	Kurven	32
4.2	Flächen	40
Anh.	<i>Übungen Serie II/1</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/2</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/3</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/4</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/5</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/6</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/7</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/8</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie II/9</i>	

## 3.2 Matrizen- und Determinantenrechnung

I / Matrizen- und Determinantenrechnung: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/32, I/33, I/34, I/35, I/36

### Inhalt:

		Seite
1	Matrizen	1
1.1	Bezeichnungen	1
1.2	Rechenregeln	3
1.3	Quadratische Matrizen	5
1.4	Taschenrechner, Excel und R	6
2	Determinanten	8
2.1	Bezeichnungen	8
2.2	Rechenregeln	10
2.3	Taschenrechner, Excel und R	12
3	Lineare Gleichungssysteme	13
3.1	Matrizenbeschreibweise	13
3.2	Lösungsmethode 1: Gaussverfahren	14
3.3	Charakterisierung der Lösungen	15
3.4	Lösungsmethode 2: Matrizenverfahren	17
3.5	Klassierung der linearen Gleichungssysteme	18
3.6	Lösungsmethode 3: Cramersche Regel	19
3.7	Lösungsmethode 4: Jakobi-Verfahren	21
3.8	Taschenrechner, Excel und R	23
4	Ausgewählte Themen	25
4.1	Ausgleichsrechnung	25
4.2	Differenzenmethode	31
Anh.	<i>Übungen Serie I/32</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/33</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/34</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/35</i>	
Anh.	<i>Übungen Serie I/36</i>	

### 3.3 Lineare Abbildungen

II / Lineare Abbildungen : Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: II/10, II/11, II/12

**Inhalt:**

		Seite
1	Begriff der linearen Abbildung	1
2	Abbildungsmatrix	3
3	Bild und Kern	4
4	Anwendungen	6
4.1	Populationsmodell	6
4.2	Drehungen und Spiegelungen in der Ebene	7
4.3	Koordinatentransformationen in der Ebene	8
4.4	Projektionen im Raum	9
4.5	Drehungen im Raum	10
5	Produkt von linearen Abbildungen	12
6	Umkehrabbildung	13
7	Eigenvektoren und Eigenwerte	14
8	Anwendungen	16
8.1	Populationsmodell	16
8.2	Spannungstensor	19
8.3	Helmertransformation	26
8.4	Iteriertes Funktionensystem	30
<i>Anh.</i>	<i>Übungen Serie II/10</i>	
<i>Anh.</i>	<i>Übungen Serie II/11</i>	
<i>Anh.</i>	<i>Übungen Serie I/I2</i>	

## Kapitel 4

### Pflichtwahlfach

## 4.1 Einführung in die Stochastik

I / Einführung in die Stochastik: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: I/07, I/08, I/09, I/10, I/11

### Inhalt:

		Seite
1	Einleitung	1
1.1	Begriff der Stochastik	1
1.2	Stochastik und Bauingenieurwesen	2
2	Beschreibende Statistik	3
2.1	Merkmale, Grundgesamtheit und Stichprobe	3
2.2	Rangliste, Zahlendiagramm, Strichliste	4
2.3	Stabdiagramm, Histogramm, Klassenbildung	6
2.4	Häufigkeit, Häufigkeitsfunktion, empirische Verteilungsfunktion	8
2.5	Statistische Kennzahlen	9
2.6	Lineare Regression	14
3	Wahrscheinlichkeitsrechnung	19
3.1	Von der Beobachtung zum W'keitsmodell	19
3.2	Kombinatorik	19
3.3	Wahrscheinlichkeitsraum	26
3.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit	30
3.5	Zufallsvariablen	32
3.6	Baumdiagramme	36
.	Index	41
Anh.	Übungen Serie I/7	
Anh.	Übungen Serie I/8	
Anh.	Übungen Serie I/9	
Anh.	Übungen Serie I/10	
Anh.	Übungen Serie I/11	

Weitere Skripte: Crash-Kurs Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik , siehe:  
<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/TEIL6dCrashKursWahrschKomb.pdf>

## Kapitel 5

### Kurse 4: Spezialthemen

## 5.1 Komplexe Zahlen

II/ Komplexe Zahlen (weitgehend Selbststudium): Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Übungsserien dazu: II/23, II/24

### Inhalt:

		Seite
1	Definition der komplexen Zahlen	1
2	Gauss'sche Zahlenebene	2
3	Polarkoordinatendarstellung	4
4	Eulersche Darstellung	5
5	Transzendente Funktionen	6
6	n-te Einheitswurzeln	7
7	Fundamentalsatz der Algebra	8
<i>Anh.</i>	<i>Übungen Serie II/23</i>	
<i>Anh.</i>	<i>Übungen Serie II/24</i>	

## 5.2 Weitere Kurse

Weitere Kurse sind über das Skripte-Verzeichnis zu beziehen: Download unter

Neu: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/restricted/AndereIntern/BauMaterial/MasterBau.html>

Alt: <http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBau.html>

Dazu existiert ein sehr grosser Teil von nur intern zugänglichen Skripten. Die dort vorhandenen Themen sowie das erforderliche Eingangsniveau erfrage man beim Dozenten.

Speziell interessant sind die Themen, welche während den letzten Jahren in Spezialkursen (**Specials**) für den Bausektor angeboten worden sind, etwa zu:

1. Optisches Bild und Illusion
2. Raumgeometrie
3. Raumgeometrielabor
4. Strenge in der Geometrie und im Denken allgemein
5. Anwendungen der Geometrie am Bau



## Kapitel 6

# Die Bauskripte als Paket, Modulprüfungen

### 6.1 Link

Die Bauskripte als Paket kann *passwortgeschützt* man unter dem folgenden Link beziehen (passwortgeschützt):

<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/SkripteInternBauTotal.html>

(Passwort und Zugangsadministration beim Dozenten erfragen.)

mbox

Link zu den ehemaligen Modulprüfungen:

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

Ende