Test $\diamond$ *Test* $\diamond$ **T3** $\diamond$ **3 a**

Alle Teilaufgaben werden gleich bewertet! (Die Skizzen gelten als Korrekturhilfen.)

Probl. 1

(a) $f_1(x) = 3\,x^5 - 8\,x^3 - 14\,x - 7$ $\quad\rightsquigarrow\quad f'(x) = ?,\ \ f''(x) = ?$

(b) In welchen Punkten hat der Graph von f_1 allenfalls eine Tangente, die parallel zur x–Achse verläuft?

(c) $f_2(x) = (4\,x - 3)(5\,x^4 - 3\,x - 2)$ $\quad\rightsquigarrow\quad f'(x) = ?$

(d) $f_3(x) = \dfrac{a - x}{x^2} - (4\,x^3 + 4)^7$ $\quad\rightsquigarrow\quad f'(x) = ?$

(e) $f_4(x) = ln(\dfrac{1}{x}) + x^{\sqrt{x}} - \sin(\cos(x))$ $\quad\rightsquigarrow\quad f'(x) = ?$

Probl. 2

(a) $f_5(n) = a_n = \dfrac{n^2 + 3\,n - 2}{n^2 + 3\,n + 2}$. Berechne $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ und bestimme dasjenige n, von dem weg $|a_n - a| < 0.001$ gilt.

(b) Bestimme die Schnittwinkel der Parabeln p_1 und p_2 im ersten Quadranten: $p_1(x) = x^4 - 7,\ \ p_2(x) = x^2 + 5.$

(c) Eine Parabel 4. Ordnung $f(x)$ berührt die x–Achse bei $x = 1$. Der Ursprung ist Wendepunkt. Die Wendetangente hat die Steigung 2. Berechne $f(-1)$.

(d) Gegeben ist $u(x) = 2\cos(x)$ über dem Intervall $I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Die drei Punkte $P_1(-x; u(-x)), P_2(0; 0), P_3(x; u(x))$ bilden ein Dreieck. Bestimme x so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks maximal wird.

Probl. 3 $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2\,x^2 + e^{-(x+100)^2} - 2.3811,\ \ x > 0$

(a) Berechne allfällige Nullstellen des Graphen mit dem Newton–Algorithmus. Was fällt auf?

(b) Berechne Punkte, in denen die Steigung $(\tan(\alpha))$ des Graphen gleich 0 ist (falls solche existieren).

Probl. 4

(a) Skizziere die Funktionen $f(x) = \cos(\sin(x))$ und $g(x) = x$. Löse näherungsweise die Gleichung $f(x) = g(x)$ mit der Fixpunktmethode. Was stellt man fest?

(b) Gegeben: $P_1(1; 0),\ \ P_2(2; 0),\ \ P_3(3; 0),\ \ P_4(4; 1)$. Berechne eine Spline–Kurve zwischen den Punkten P_2 und P_3. Skizziere diese Kurve. (Die Funktion ist anzugeben!)

Viel Glück!