# Test in Analysis ◇ Examen en analyse ◇ Type E1 ◇ I/II / 3b

---

**Probl. 1** $f(x) = \dfrac{e^{(x\cdot t)}}{x} + e^{\sin(\sqrt{x^2+1})} \cdot (\arctan(\cos(x-\pi)))^{2/5} \leadsto \dfrac{d}{d\,t}\displaystyle\int\limits_0^1 f(x,t)\,dx \ = \ ?$

**Probl. 2** $f(x,y) = \sin(x\cdot y)\cdot\cos(x+y) \leadsto$

(a) Berechne das totale Differential!
• *Calculer la différentielle totale!*

(b) $x = \dfrac{\pi}{2},\ \ y = \pi,\ \ \alpha = \dfrac{\pi}{4}$.
Berechne die Richtungsableitung.
• *Calculer la dérivée de direction.*

**Probl. 3**

$$f(x,y) = \sin(x-y),\ \ g(x,y) = \sqrt{1+2\,\cos^2(x-y)}$$

Das Gebiet $G$ ist begrenzt durch die $x$–Achse, die $y$–Achse und die Gerade durch die Punkte $(0,\frac{\pi}{2})$ und $(\pi,0)$. $f(x,y)$ definiert eine Funktionsfläche $A$ über $G$
• *La région $G$ est définie par l'axe $x$, l'axe $y$ et par la droite qui passe par les points $(0,\frac{\pi}{2})$ et $(\pi,0)$. $f(x,y)$ définit une surface de fonction sur $G$.*
Berechne das Oberflächenintegral: • *Calculer l'intégrale superficielle:*

$$\int_G g(x,y)\,dA$$

**Probl. 4**

$$g = \{(x,y) \mid 0 \leq x\cdot y \leq \pi\},\ \ f(x,y) = \sin(x\cdot y)$$

(a) Skizziere: • *Dessiner:* $D := G \cap (\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+)$

(b) $\int\limits_D f(x,y)\,dD = \ ?$

**Probl. 5** Aus der Vordiplomprüfung 1 Elektro in Analysis 2000, Originaltext:
• *Pris de l'examen de diplôme préalable 1 électro en analyse 2000, texte original:*

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 3\,x^2 - 5\,x\,y + 4\,y^2 - y + x - 1$ im Gebiet $G$, $G = I\times I = [-1,1]\times[-1,1]$ .

(a) Berechne die Extrema oder Sattelpunkte im Innern und auf dem Rand.

(b) Durch den Rand $\partial G$ von $G$ lassen sich vier Geraden legen. Untersuche, in welchen Punkten $P_i$ auf diesen vier Geraden die maximale Richtungsableitung lokale Extrema hat. (Untersuche dazu die Länge des Gradienten.) Entscheide, ob die gefundenen Extrema Minima oder Maxima sind.

(c) Skizziere $G$ mit den berechneten Extrema von $f$. Zeichne ebenfalls die berechneten Punkte $P_i$ ein. Verbinde je zwei sich entsprechende Punkte auf gegenüberliegenden Geraden und kontrolliere, ob sich die Verbindungsgeraden in einem ausgezeichneten Punkt kreuzen. Was stellt man fest? Ist etwas bemerkenswert?

(d) Bestimme, in welchen Punkten der Geraden $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ in der Grundebene $f(x, y)$ extremal wird. (Die Punkte auf dem Rand sind auch in die Betrachtung einzubeziehen.)