Test in Algebra ◇ Examen en algèbre ◇ Type B1 ◇ II / 4

- *Version française: Voir feuille spéciale.*

Probl. 1 Gegeben sind die Punkte $A(5;4)$ sowie $B(6;7)$. A wird in positiver Richung um O so gedreht, dass der Bildpunkt A' auf die positive y–Achse zu liegen kommt.

(a) Berechne den Drehwinkel φ numerisch im Bogenmass. (Skizze!)

(b) Berechne den Bildpunkt B' von B.

Verwende zur Berechnung wo möglich komplexe Zahlen.

Probl. 2 P, Q und O bilden eine Ebene Φ. Dabei ist $\overrightarrow{OP}$ gegeben durch $P(3;4;1)$, $\overrightarrow{OQ}$ ist gegeben durch $Q(4;5;6)$. (Skizze!)

(a) Berechne einen Vektor $\overrightarrow{OH} \perp \Phi$ der Länge 1 mit nicht negativer x–Koordinate.

(b) Sei $\vec{v} = \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OH}$. Berechne dazu den Vektor zum an Φ gespiegelten Punkt S'.

Probl. 3 Gegeben: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(a) Berechne den Volumeninhalt des Spates, der von $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ bestimmt ist.

(b) Durch $\vec{v}(t) = \vec{a} \cdot t$ und $\vec{w}(s) = \vec{b} \cdot t + \vec{c}$ sind zwei Geraden g_1 und g_2 definiert. Berechne ihren kürzesten Abstand.

(c) Löse das Gleichungssystem $\vec{a} \cdot \vec{x} = 1$, $\vec{b} \cdot \vec{x} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{x} = 3$ mit Hilfe von Determinanten. Zeige die Berechnung.

Probl. 4 *Freiwillig:*
Gegeben sei ein beliebiger Kreis K. Auf dem Kreisrand liegen vier beliebig verteilte und paarweise verschiedene Punkte A, B, C, D. Das dadurch definierte Sehnenviereck hat dann die Seiten a, b, c, d und die Diagonalen $e = \overline{AC}$ sowie $f = \overline{BD}$, welche sich in Q schneiden. Mache eine Skizze.

(a) Zeige in der Figur Winkel, die dem Satz vom Zentri– und Peripheriewinkel genügen.

(b) Auf f wird ein Punkt E derart eingetragen, dass für die Winkel gilt: $\angle(ECB) = \angle(DCA)$. Suche jetzt anhand sich zeigender ähnlicher Dreiecke die Gleichung von Ptolemaios herzuleiten:

$$a \cdot c + b \cdot d = e \cdot f$$

Nenne die dabei verwendeten Dreiecke.

Viel Glück! • *Bonne chance!*

WIR