

Übungen in AlgGeo $\diamond$ Exercices en AlgGéo $\diamond$ T. E1 $\diamond$ II / 13

Probl. 1 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Eigenwerte von $A = ?$ • *Valeurs propres de $A = ?$*
- (b) Eigenvektoren von $A = ?$ • *Vecteurs propres de $A = ?$*
- (c) $A = U \cdot D \cdot U^{-1}$, $U, D, U^{-1} = ?$
- (d) $\vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = (x_1, x_2) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 4$, $(x_1, x_2) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = ?$
- (e) $\vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = (\vec{x}^T \cdot U) \cdot D \cdot (U^{-1} \cdot \vec{x}) \rightsquigarrow \vec{x}^T \cdot U = ?$ $U^{-1} \cdot \vec{x} = ?$
- (f) Sei • *Soit* $\vec{x}^T \cdot U = \vec{v}^T = (v_1, v_2)$, $U^{-1} \cdot \vec{x} = \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$
 $\rightsquigarrow \vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = \vec{v}^T \cdot D \cdot \vec{y} \rightsquigarrow \vec{y} = ?$ $\vec{v}^T = ?$

Probl. 2 **Geg.:** • **Donné:**

Eigenvektoren von A : • *Vecteurs propres de A :*

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Eigenwerte von A : • *Valeurs propres de A :*

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = -1, \quad \lambda_3 = 2$$

- (a) $A = ?$
- (b) $A \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$